



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Информационных систем и технологий

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник учебно-методического управления

«29» июня 2023 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания

направление подготовки/специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)/специализация образовательной программы Прикладная математика и информатика

Форма обучения очная

Санкт-Петербург, 2023

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование теоретических знаний о математических методах описания и исследования стохастических динамических систем, освоение методов и моделей исследования процессов массового обслуживания и практических навыков использования прикладного программного обеспечения для их анализа.

Задачи дисциплины:

- освоить способы описания случайных процессов;
- изучить основные типы случайных процессов (по свойствам), некоторые виды случайных процессов и их свойства;
- изучить методы исследования дискретных и непрерывных цепей Маркова;
- освоить методы моделирования систем массового обслуживания (СМО);
- освоить инструментальные и программные средства решения поставленных задач.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

| Код и наименование компетенции  | Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения ОПОП  |
|---|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Осуществляет выбор фундаментальных основ в области математических и (или) естественных наук для решения сформулированной задачи профессиональной деятельности | <b>знает</b><br>основные понятия теории случайных процессов, теории массового обслуживания и методы исследования Марковских моделей динамических системы;<br>методы описания и исследования дискретных и непрерывных цепей Маркова, систем массового обслуживания<br><b>умеет</b><br>применять инструментальной теории случайных процессов, теории массового обслуживания, методы исследования Марковских моделей динамических систем для решения задач профессиональной деятельности;<br>осуществлять выбор методов описания и исследования стохастических процессов и систем с использованием теоретического аппарата дискретных и непрерывных цепей Маркова, систем массового обслуживания<br><b>владеет</b><br>навыками применения инструментальной теории случайных процессов, теории массового обслуживания, методы исследования Марковских моделей динамических систем для решения задач профессиональной деятельности;<br>навыками выбора и реализации методов описания и исследования стохастических процессов и систем с использованием теоретического аппарата дискретных и непрерывных цепей Маркова, систем массового обслуживания |

|   |  |  |
|---|--|--|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.2 Использует методы математического анализа и моделирования, теоретического исследования для решения сформулированной задачи профессиональной деятельности | <b>знает</b><br>методы вычисления характеристик случайных процессов, методы оценивания характеристик дискретных и непрерывных цепей Маркова, систем массового обслуживания<br><b>умеет</b><br>применять методы вычисления характеристик случайных процессов, методы оценивания характеристик дискретных и непрерывных цепей Маркова, систем массового обслуживания для решения задач профессиональной деятельности<br><b>владеет</b><br>навыками применения методов вычисления характеристик случайных процессов, методов оценивания характеристик дискретных и непрерывных цепей Маркова, систем массового обслуживания для решения задач профессиональной деятельности |
|---|--|--|

### 3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) включена в Блок «Дисциплины, модули» Б1.О.33 основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к обязательной части учебного плана.

| № п/п | Предшествующие дисциплины                       | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|-------|---|--|
| 1     | Теория вероятностей и математическая статистика | ОПК-2.1  |
| 2     | Дифференциальные уравнения                      | ОПК-2.1  |
| 3     | Линейная алгебра и аналитическая геометрия      | ОПК-1.3  |
| 4     | Компьютерное моделирование в среде MatLab       | ОПК-2.3, ОПК-1.2                                     |
| 5     | Высшая математика                               | УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4                               |

Теория вероятностей и математическая статистика

- знать основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, законы распределения СВ, уметь оценивать характеристики СВ, применять критерии согласия

Дифференциальные уравнения

- знать методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений, уметь их применять для решения практических задач

Высшая математика

- знать основные понятия, теоремы, инструментарий математического анализа, уметь их применять для решения практических задач

Компьютерное моделирование в среде MatLab

- знать инструментарий компьютерного моделирования, уметь применять прикладные программы для решения задач математического моделирования

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

- знать понятия и задачи линейной алгебры, уметь применять методы линейной алгебры для решения СЛАУ, систем ОДУ, исследования характеристик матриц

| № п/п | Последующие дисциплины                                | Код и наименование индикатора достижения компетенции   |
|-------|---|--|
| 1     | Выполнение и защита выпускной квалификационной работы | УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5, УК-1.6, УК-2.1, УК-2.2, УК-2.3, УК-2.4, УК-3.1, УК-3.2, УК-3.3, УК-3.4, УК-3.5, УК-3.6, УК-4.1, УК-4.2, УК-4.3, УК-4.4, УК-5.1, УК-5.2, УК-5.3, УК-6.1, УК-6.2, УК-6.3, УК-6.4, УК-6.5, УК-7.1, УК-7.2, УК-7.3, УК-7.4, УК-8.1, УК-8.2, УК-8.3, УК-8.4, УК-9.1, УК-9.2, УК-9.3, УК-9.4, УК-9.5, УК-10.1, УК-10.2, УК-10.3, ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3, ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-4.1, ОПК-4.2, ОПК-4.3, ОПК-5.1, ОПК-5.2, ОПК-5.3, ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4, ПК-2.1, ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3, ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3, ПК-4.4, ПК(Ц)-1.1, ПК(Ц)-1.2, ПК(Ц)-1.3, ПК(Ц)-1.4, ПК(Ц)-1.5 |
| 2     | Вероятностное и имитационное моделирование            | ПК-4.1, ПК-4.4   |
| 3     | Проектная практика                                    | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2, ПК-3.2, ПК-4.3, ПК(Ц)-1.4  |

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

| Вид учебной работы  | Всего часов | Из них часы на практическую подготовку | Семестр |      |
|---|-------------|--|---------|------|
|   |             |  | 5       | 6    |
| <b>Контактная работа</b>  | 96          |  | 48      | 48   |
| Лекционные занятия (Лек)  | 32          | 0                                      | 16      | 16   |
| Практические занятия (Пр)   | 64          | 0                                      | 32      | 32   |
| <b>Иная контактная работа, в том числе:</b>   | 0,25        |  |         | 0,25 |
| консультации по курсовой работе (проекту), контрольным работам (РГР)  |             |  |         |      |
| контактная работа на аттестацию (сдача зачета, зачета с оценкой; защита курсовой работы (проекта); сдача контрольных работ (РГР)) |             |  |         |      |
| контактная работа на аттестацию в сессию (консультация перед экзаменом и сдача  | 0,25        |  |         | 0,25 |
| <b>Часы на контроль</b>   | 12,75       |  | 4       | 8,75 |
| <b>Самостоятельная работа (СР)</b>  | 107         |  | 56      | 51   |
| <b>Общая трудоемкость дисциплины (модуля)</b>   |             |  |         |      |
| <b>часы:</b>  | 216         |  | 108     | 108  |
| <b>зачетные единицы:</b>  | 6           |  | 3       | 3    |

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Тематический план дисциплины (модуля)**

| №    | Разделы дисциплины  | Семестр | Контактная работа (по учебным занятиям), час. |                                   |       |                                   |       |                                   | СР | Всего, час.      | Код индикатора достижения компетенции |
|------|---|---------|---|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|----|------------------|---------------------------------------|
|      |   |         | лекции  |                                   | ПЗ    |                                   | ЛР    |                                   |    |                  |                                       |
|      |   |         | всего   | из них на практическую подготовку | всего | из них на практическую подготовку | всего | из них на практическую подготовку |    |                  |                                       |
| 1.   | 1 раздел. Основы теории случайных процессов                           |         |   |                                   |       |                                   |       |                                   |    |                  |                                       |
| 1.1. | Введение в теорию случайных процессов                                 | 5       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 8                                 | 14 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 1.2. | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов | 5       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 8                                 | 14 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 1.3. | Типы и виды случайных процессов                                       | 5       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 8                                 | 14 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 2.   | 2 раздел. Дискретные и непрерывные цепи Маркова                       |         |   |                                   |       |                                   |       |                                   |    |                  |                                       |
| 2.1. | Дискретные цепи Маркова   | 5       | 4   |                                   | 8     |                                   |       | 12                                | 24 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 2.2. | Непрерывные цепи Маркова  | 5       | 2   |                                   | 6     |                                   |       | 8                                 | 16 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 3.   | 3 раздел. Введение в теорию массового обслуживания                    |         |   |                                   |       |                                   |       |                                   |    |                  |                                       |
| 3.1. | Модели построения систем массового обслуживания                       | 5       | 2   |                                   |       |                                   |       | 6                                 | 8  | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 3.2. | Одноканальные системы массового обслуживания                          | 5       | 2   |                                   | 6     |                                   |       | 6                                 | 14 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 4.   | 4 раздел. Промежуточный контроль. Часть 1                             |         |   |                                   |       |                                   |       |                                   |    |                  |                                       |
| 4.1. | Контроль  | 5       |   |                                   |       |                                   |       |                                   | 4  | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 5.   | 5 раздел. Марковские модели массового обслуживания                    |         |   |                                   |       |                                   |       |                                   |    |                  |                                       |
| 5.1. | Многоканальные модели массового обслуживания                          | 6       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 7                                 | 13 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 5.2. | Замкнутые модели массового обслуживания                               | 6       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 6                                 | 12 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 5.3. | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью              | 6       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 6                                 | 12 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 5.4. | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания   | 6       | 2   |                                   | 4     |                                   |       | 6                                 | 12 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 6.   | 6 раздел. Моделирование систем массового обслуживания                 |         |   |                                   |       |                                   |       |                                   |    |                  |                                       |
| 6.1. | Системы массового обслуживания с приоритетом                          | 6       | 4   |                                   | 8     |                                   |       | 12                                | 24 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |
| 6.2. | Полумарковские СМО и методы их исследования                           | 6       | 2   |                                   | 8     |                                   |       | 10                                | 20 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 |                                       |

|      |   |   |   |  |  |  |  |   |   |                     |
|------|---|---|---|--|--|--|--|---|---|---------------------|
| 6.3. | Немарковские СМО и методы их исследования | 6 | 2 |  |  |  |  | 4 | 6 | ОПК-1.1,<br>ОПК-1.2 |
| 7.   | 7 раздел. Промежуточный контроль. Часть 2 |   |   |  |  |  |  |   |   |                     |
| 7.1. | Контроль                                  | 6 |   |  |  |  |  |   | 9 | ОПК-1.1,<br>ОПК-1.2 |

### 5.1. Лекции

| № разд | Наименование раздела и темы лекций                                    | Наименование и краткое содержание лекций   |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--------|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1      | Введение в теорию случайных процессов                                 | Введение в теорию случайных процессов<br>Случайный n-мерный процесс, траектории случайного процесса, временные сечения. Законы распределения СП 1-мерные, N-мерные. Классификация СП.  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2      | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов<br>Математическое ожидание СП. Ковариационная матрица, ковариационная функция СП, взаимная ковариационная функция СП.  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3      | Типы и виды случайных процессов                                       | Типы и виды случайных процессов<br>Стационарные случайные процессы (СП) в узком смысле, свойства. Стационарные СП в широком смысле. Эргодические процессы. Процессы с независимыми приращениями, свойства. Процессы с ортогональными приращениями, свойства. Гауссовские случайные процессы, свойства. Винеровский случайный процесс, свойства. Марковский случайный процесс, свойства. Пуассоновский случайный процесс, свойства. |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4      | Дискретные цепи Маркова   | Дискретные цепи Маркова<br>Дискретные цепи Маркова: основные понятия. Вероятности состояний, вероятности перехода. Однородные, неоднородные цепи. Основные задачи анализа цепей Маркова.   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4      | Дискретные цепи Маркова   | Дискретные цепи Маркова. Классификация, свойства<br>Классификация состояний. Классификация цепей. Характеристики эргодических цепей Маркова. Предельные вероятности состояний. Характеристики поглощающих цепей Маркова.   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5      | Непрерывные цепи Маркова  | Непрерывные цепи Маркова. Система Колмогорова-Чепмена<br>Непрерывные цепи Маркова: Основные понятия. Система уравнений Колмогорова-Чепмена. Предельные вероятности состояний и их моделирование. Процессы гибели-размножения, циклические процессы.  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6      | Модели построения систем массового обслуживания                       | Модели построения систем массового обслуживания<br>Процессы массового обслуживания: основные понятия, классификации СМО. Потоки событий: стационарный (однородный), ординарный, без последствия, простейший, пуассоновский.  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7      | Одноканальные системы массового обслуживания                          | Одноканальные системы массового обслуживания<br>Одноканальные системы массового обслуживания с отказами. Характеристики одноканальных СМО с отказами. Одноканальные системы массового обслуживания с ожиданием. Характеристики одноканальных СМО ожиданием.  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9      | Многоканальные модели массового обслуживания                          | Многоканальные модели массового обслуживания<br>Многоканальные системы массового обслуживания с отказами. Характеристики многоканальных СМО с отказами. Многоканальные системы массового обслуживания с ожиданием. Характеристики многоканальных СМО ожиданием.  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 10 | Замкнутые модели массового обслуживания                             | Замкнутые модели массового обслуживания<br>Замкнутые системы массового обслуживания. Характеристики замкнутых СМО.   |
| 11 | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью            | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью<br>Системы массового обслуживания с неограниченной очередью, характеристики СМО с неограниченной очередью   |
| 12 | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания<br>СМО с обслуживанием по типу все как один, характеристики. СМО с равномерной взаимопомощью между каналами, характеристики. Многофазные СМО, подходы к анализу, характеристики. |
| 13 | Системы массового обслуживания с приоритетом                        | Системы массового обслуживания с приоритетом<br>Системы обслуживания с относительным приоритетом, расчет характеристик. Системы обслуживания с абсолютным приоритетом, расчет характеристик.   |
| 14 | Полумарковские СМО и методы их исследования                         | Полумарковские СМО и методы их исследования<br>Подходы к исследованию характеристик СМО типов $M/G/1$ , $G/M/1$ , $M/G/m$ , $G/M/m$ , $E_r/M/1$ , $E_r/M/m$  |
| 15 | Немарковские СМО и методы их исследования                           | Немарковские СМО и методы их исследования<br>Подходы к исследованию характеристик СМО типа $G/G/1$ , $G/G/m$   |

## 5.2. Практические занятия

| № разд | Наименование раздела и темы практических занятий                      | Наименование и содержание практических занятий  |
|--------|---|---|
| 1      | Введение в теорию случайных процессов                                 | Законы распределения СВ, СП<br>Исследование законов распределения случайных величин, случайных процессов с использованием прикладного ПО  |
| 2      | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов | Характеристики случайных процессов<br>Оценка характеристик случайных процессов с использованием прикладного ПО  |
| 3      | Типы и виды случайных процессов                                       | Типы и виды случайных процессов<br>Исследование свойств случайных процессов с использованием прикладного ПО   |
| 4      | Дискретные цепи Маркова   | Дискретные цепи Маркова<br>Оценка характеристик функционирования однородных и неоднородных дискретных цепей Маркова   |
| 4      | Дискретные цепи Маркова   | Дискретные цепи Маркова. Классификация, свойства<br>Классификация состояний и цепей Маркова. Оценка характеристик функционирования эргодических и поглощающих дискретных цепей Маркова  |
| 5      | Непрерывные цепи Маркова  | Непрерывные цепи Маркова. Система Колмогорова-Чепмена<br>Построение матрицы плотностей вероятностей переходов непрерывной цепи Маркова, составление системы Колмогорова, нахождение вероятностей состояний непрерывной цепи Маркова в динамическом и стационарном режимах |
| 7      | Одноканальные системы массового обслуживания                          | Одноканальные системы массового обслуживания<br>Построение модели одноканальной СМО. Расчет характеристик функционирования одноканальной СМО в динамическом и стационарном режимах  |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 9  | Многоканальные модели массового обслуживания                        | Многоканальные модели массового обслуживания<br>Построение модели многоканальной СМО. Расчет характеристик функционирования многоканальной СМО в динамическом и стационарном режимах                                   |
| 10 | Замкнутые модели массового обслуживания                             | Замкнутые модели массового обслуживания<br>Построение модели замкнутой многоканальной СМО. Расчет характеристик функционирования замкнутой многоканальной СМО в динамическом и стационарном режимах                    |
| 11 | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью            | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью<br>Построение модели СМО с неограниченной очередью. Расчет характеристик функционирования СМО с неограниченной очередью в динамическом и стационарном режимах |
| 12 | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания<br>Построение моделей СМО с различной дисциплиной обслуживания. Расчет характеристик функционирования СМО с различной дисциплиной обслуживания     |
| 13 | Системы массового обслуживания с приоритетом                        | Системы массового обслуживания с приоритетом<br>Построение моделей СМО с приоритетом. Расчет характеристик функционирования СМО с приоритетом  |
| 14 | Полумарковские СМО и методы их исследования                         | Полумарковские СМО и методы их исследования<br>Построение моделей полумарковских СМО типа $E_r/M/m$ . Расчет характеристик функционирования СМО типа $E_r/M/m$   |

### 5.3. Самостоятельная работа обучающихся

| № разд | Наименование раздела дисциплины и темы                                | Содержание самостоятельной работы   |
|--------|---|---|
| 1      | Введение в теорию случайных процессов                                 | Введение в теорию случайных процессов<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                                 |
| 2      | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий |
| 3      | Типы и виды случайных процессов                                       | Типы и виды случайных процессов<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                                       |
| 4      | Дискретные цепи Маркова   | Дискретные цепи Маркова<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий   |
| 5      | Непрерывные цепи Маркова  | Непрерывные цепи Маркова. Система Колмогорова-Чепмена<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                 |
| 6      | Модели построения систем массового обслуживания                       | Модели построения систем массового обслуживания<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам  |
| 7      | Одноканальные системы массового обслуживания                          | Одноканальные системы массового обслуживания<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                          |
| 9      | Многоканальные модели массового обслуживания                          | Многоканальные модели массового обслуживания<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам,  |

|    |   |   |
|----|---|---|
|    |   | выполнение практических заданий   |
| 10 | Замкнутые модели массового обслуживания                             | Замкнутые модели массового обслуживания<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                             |
| 11 | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью            | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий            |
| 12 | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий |
| 13 | Системы массового обслуживания с приоритетом                        | Системы массового обслуживания с приоритетом<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                        |
| 14 | Полумарковские СМО и методы их исследования                         | Полумарковские СМО и методы их исследования<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам, выполнение практических заданий                         |
| 15 | Немарковские СМО и методы их исследования                           | Немарковские СМО и методы их исследования<br>Изучение теоретического материала, подготовка к опросам  |

## 6. Методические материалы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

### 1. Методические рекомендации по изучению дисциплины

Студентам необходимо ознакомиться: - с содержанием рабочей программы дисциплины (далее - РПД), с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимся на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. По каждой теме учебной дисциплины студентам предлагается перечень заданий для самостоятельной работы. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны исполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, и разбирать на практических занятиях и консультациях неясные вопросы;
- использовать при подготовке нормативные документы университета;
- при подготовке к экзамену(зачету) прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на консультации.

### 2. Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям (теоретический курс)

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания кафедры. Студентам необходимо:

- на отдельные лекции иметь при себе на бумажных или электронных носителях рекомендуемый лектором материал по соответствующим темам из разделов основных и дополнительных источников литературы или переданный лектором в электронном виде (таблицы, графики, схемы, презентации и т.п.). Данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущих лекций. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным и(или) дополнительным литературным источникам. Если разобраться в материале опять не удалось, то необходимо обратиться к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте «белых пятен» в освоении материала.

Студентам, пропустившим занятия (независимо от причин), рекомендуется переписать конспект пропущенной лекции, проработать материал по литературным источникам, при возникновении вопросов по пропущенной теме явиться на консультацию к преподавателю и задать интересующие вопросы по теме пропущенного занятия.

### 3. Рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Студентам следует:

- приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу (таблицы, графики, схемы, презентации и т.п.) к конкретному занятию;
- до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;
- в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, заданных для самостоятельного решения;
- в ходе практического занятия давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов;
- на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Студентам, пропустившим занятия (независимо от причин), не имеющие письменного решения задач или не подготовившиеся к данному практическому занятию, рекомендуется не позже чем в 2-недельный срок явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме, изучавшийся на занятии.

## 7. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

| № п/п | Контролируемые разделы дисциплины (модуля)                            | Код и наименование индикатора контролируемой компетенции | Вид оценочного средства                       |
|-------|---|--|---|
| 1     | Введение в теорию случайных процессов                                 | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 2     | Характеристики случайных процессов. Основные типы случайных процессов | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 3     | Типы и виды случайных процессов                                       | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 4     | Дискретные цепи Маркова   | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 5     | Непрерывные цепи Маркова  | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 6     | Модели построения систем массового обслуживания                       | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 7     | Одноканальные системы массового обслуживания                          | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 8     | Контроль  | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | Вопросы и задания для промежуточного контроля |
| 9     | Многоканальные модели массового обслуживания                          | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 10    | Замкнутые модели массового обслуживания                               | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 11    | Системы массового обслуживания с неограниченной очередью              | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 12    | Системы массового обслуживания с различной дисциплиной обслуживания   | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 13    | Системы массового обслуживания с приоритетом                          | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |
| 14    | Полумарковские СМО и методы их исследования                           | ОПК-1.1, ОПК-1.2   | устный/письменный опрос, практические задания |

|    |   |                  |   |
|----|---|------------------|---|
| 15 | Немарковские СМО и методы их исследования | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | устный/письменный опрос                       |
| 16 | Контроль                                  | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Вопросы и задания для промежуточного контроля |

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля успеваемости, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

Типовые задания для проверки сформированности индикаторов достижения компетенции ОПК-1.1, ОПК-1.2

Раздел 1

1. Дайте определение сечения случайного процесса.
2. Дайте определение траектории (реализации) случайного процесса.
3. Раскройте понятие одномерной функции распределения, ..., N-мерной функции распределения векторного случайного процесса.
4. Раскройте понятие одномерной плотности, ..., N-мерной плотности распределения вероятностей векторного случайного процесса.
5. Дайте определение математического ожидания случайного процесса.
6. Дайте определение ковариационной матрицы и ковариационной функции векторного случайного процесса, корреляционной функции случайного процесса.
7. Дайте определение нормального (гауссовского) случайного процесса.
8. Выпишите ковариационную матрицу N-мерной плотности распределения гауссовского случайного процесса.
9. Дайте определение процесса с некоррелированными приращениями.
10. Дайте определение процесса с ортогональными приращениями.
11. Приведите понятие ковариационной функции процесса с ортогональными приращениями.
12. Дайте определение стационарного в узком (широком) смысле случайного процесса.
13. Укажите свойства стационарных в узком смысле случайных процессов.
14. Дайте определение винеровского процесса.
15. Перечислите свойства винеровского процесса.
16. Является ли винеровский процесс нормальным?
17. Дайте определение марковского процесса.
18. Укажите свойства марковского процесса.
20. Является ли винеровский процесс марковским?
21. Дайте определение пуассоновского процесса.
22. Опишите характеристики дискретных цепей Маркова
23. Приведите обоснование формулы для вероятностей перехода из состояния в состояние за  $t$  тактов времени
24. Приведите обоснование формулы для вероятности возвращения объекта из состояния  $j$  в состояние  $j$  ровно за  $t$  тактов времени
25. Приведите классификацию дискретных цепей Маркова
26. Приведите классификацию состояний дискретных цепей Маркова
27. Приведите свойства эргодических цепей Маркова
28. Приведите свойства поглощающих цепей Маркова
29. Определите понятия – плотность вероятности перехода из состояния в состояние, интенсивность.
30. Дайте определение однородного марковского процесса с непрерывным временем и дискретным множеством состояний.
31. Как строится система уравнений Колмогорова-Чепмена?
32. Сформулируйте задачу Коши для системы уравнений Колмогорова и укажите свойства решения.
33. Сформулируйте задачу для определения финальных вероятностей Марковского случайного процесса с дискретным множеством состояний.
34. Дайте определение процесса гибели-размножения.
35. Дайте определение циклического процесса.

36. Процесс массового обслуживания. Заявка (требования), поток заявок, очередь, дисциплина очереди, время ожидания, канал обслуживания.

37. Простейший поток заявок (стационарность потока, ординарность входного потока, отсутствие последствия). Свойства простейшего входного потока заявок. Распределение времени между двумя последовательными заявками.

38. Характеристики процесса поступления заявок

39. Характеристики процесса обслуживания заявок

40. Характеристики процесса ожидания в очереди. Время ожидания, среднее время ожидания.

41. Размеченный граф состояний и построение математической модели СМО (системы уравнений Колмогорова).

42. Динамический режим функционирования СМО. Нахождение вероятностей состояний СМО в динамическом режиме

43. Стационарный режим функционирования СМО. Нахождение вероятностей состояний СМО в стационарном режиме

44. Одноканальная СМО с отказами и ее характеристики; абсолютная пропускная способность; относительная пропускная способность и т.д.

## Раздел 2

1. СМО без ограничения на длину очереди, но с ограничением на время ожидания.

Замкнутые СМО.

2. СМО с абсолютным приоритетом

3. СМО с относительным приоритетом

4. СМО с равномерной взаимопомощью между каналами

5. СМО с обслуживанием по типу "все как один"

6. СМО типа  $E_r/M/1$

7. СМО с ожиданием. СМО с ожиданием и ограничением на длину очереди. СМО без ограничения на длину очереди, но с ограничением на время ожидания.

8. Замкнутые СМО и их характеристики

9. СМО с неограниченной очередью, способы исследования, характеристики

10. СМО с абсолютным приоритетом

11. СМО с относительным приоритетом

12. СМО с равномерной взаимопомощью между каналами

13. СМО с обслуживанием по типу "все как один"

14. Полумарковские СМО и способы их исследования

15. СМО типа  $E_r/M/1$

16. Немарковские СМО и способы их исследования

## Контрольная работа Раздел 1

Теоретические вопросы

Вопрос 1.

1) Пусть дана цепь Маркова с  $N$  возможными состояниями системы, которая характеризуется матрицей переходных вероятностей

$P(1), P(2), \dots$  - для неоднородной цепи и  $P$  – для однородной цепи. Найти матрицу переходных вероятностей системы за  $S$  тактов времени (с доказательством) и записать формулу для безусловной вероятности (прямое и обратное уравнения Колмогорова).

2) Дать определение достижимого состояния (недостижимого)

Вопрос 2.

1) Пусть дана цепь Маркова с  $N$  возможными состояниями системы, которая характеризуется матрицей переходных вероятностей. Вывести формулу для нахождения вероятности первого возвращения объекта в заданное состояние через  $t$  тактов времени.

2) Дать определение поглощающего состояния. Привести теорему о поглощающем состоянии.

Вопрос 3.

1) Пусть дана цепь Маркова с  $N$  возможными состояниями системы, которая характеризуется матрицей переходных вероятностей. Вывести формулу для нахождения вероятности первого

достижения объектом заданного состояния  $j$  при выходе из состояния  $i$  через  $t$  тактов времени.

2) Дать определение возвратного состояния (невозвратного).

Вопрос 4.

1) Эргодическое свойство цепей Маркова. Среднее время пребывания системы в состоянии  $j$ .

2) Дать определение периодической цепи. Теорема Солидарности.

Вопрос 5.

1) Каноническая форма записи поглощающих цепей. Свойства поглощающих цепей Маркова.

Фундаментальная матрица.

2) Дать определение эргодического состояния.

Типовые задачи

1. Поведение рынка ценных бумаг обнаруживает следующую тенденцию: сделки, в которых цены возрастают, сменяются сделками, в которых цены падают. Наблюдения показали, что вероятность возрастания цен после предшествовавшего периода их падения равна 0,65, а вероятность падения цен после предшествовавшего периода их возрастания равна 0,6. Таким образом, система может находиться только в двух состояниях: - падение цен, - возрастание цен. Считается, что изменение плотностей вероятностей переходов системы из состояния в состояние пренебрежимо малы, т.е. плотности вероятностей переходов практически не зависят от времени. Определить финальные вероятности состояний системы, предварительно, нарисовав размеченный граф.

2. Поведение рынка ценных бумаг обнаруживает следующую тенденцию: сделки, в которых цены возрастают, сменяются сделками, в которых цены падают. Наблюдения показали, что вероятность возрастания цен после предшествовавшего периода их падения равна 0,45, а вероятность падения цен после предшествовавшего периода их возрастания равна 0,4. Таким образом, система может находиться только в двух состояниях:  $s_1$  - падение цен,  $s_2$  - возрастание цен. Считается, что изменение плотностей вероятностей переходов системы из состояния в состояние пренебрежимо малы, т.е. плотности вероятностей переходов практически не зависят от времени. Определить вероятность попадания из состояния  $s_2$  в состояние  $s_2$  ровно через 3 такта времени.

3 Поведение рынка ценных бумаг обнаруживает следующую тенденцию: сделки, в которых цены возрастают, сменяются сделками, в которых цены падают. Наблюдения показали, что вероятность возрастания цен после предшествовавшего периода их падения равна 0,35, а вероятность падения цен после предшествовавшего периода их возрастания равна 0,4. Таким образом, система может находиться только в двух состояниях:  $s_1$  - падение цен,  $s_2$  - возрастание цен. Считается, что изменение плотностей вероятностей переходов системы из состояния в состояние пренебрежимо малы, т.е. плотности вероятностей переходов практически не зависят от времени. Определить безусловные вероятности состояния рынка через 3 такта времени, если в начальный момент рынок находится в состоянии "возрастание цен"

4 Поведение рынка ценных бумаг обнаруживает следующую тенденцию: сделки, в которых цены возрастают, сменяются сделками, в которых цены падают. Наблюдения показали, что вероятность возрастания цен после предшествовавшего периода их падения равна  $p_1(i)$ , а вероятность падения цен после предшествовавшего периода их возрастания равна  $p_2(i)$ . Плотности вероятностей переходов зависят от времени, для разных тактов времени они равны:

$$p_1(1)=0.4 \quad p_2(1) = 0.5; \quad p_1(2)=0.3 \quad p_2(2) = 0.7; \quad p_1(3)=0.2 \quad p_2(3) = 0.4$$

Таким образом, система может находиться только в двух состояниях: - падение цен, - возрастание цен. Определить безусловные вероятности состояния рынка через 3 такта времени, если в начальный момент рынок находится в состоянии "возрастание цен"

5 Однородная цепь Маркова описывается матрицей переходных вероятностей. Привести матрицу к каноническому виду. Найти фундаментальную матрицу и рассчитать характеристики поглощающих цепей Маркова.

6 Поведение рынка ценных бумаг обнаруживает следующую тенденцию: сделки, в которых цены возрастают, сменяются сделками, в которых цены падают. Наблюдения показали, что вероятность возрастания цен после предшествовавшего периода их падения равна 0,35, а вероятность падения цен после предшествовавшего периода их возрастания равна 0,7. Таким образом, система может находиться только в двух состояниях: - падение цен, - возрастание цен. Считается, что изменение плотностей вероятностей переходов системы из состояния в состояние пренебрежимо малы, т.е. плотности вероятностей переходов практически не зависят от времени. Определить финальные вероятности состояний системы, предварительно, нарисовав размеченный

граф.

## Раздел 2

### Типовые задания

- 1) Найти распределение вероятностей состояний одноканальной Марковской СМО при заданных характеристиках входного и выходного потока заявок и рассчитать ее характеристики
- 2) Найти распределение вероятностей состояний многоканальной Марковской СМО при заданных характеристиках входного и выходного потока заявок с отказами и рассчитать ее характеристики
- 3) Найти распределение вероятностей состояний одноканальной Марковской СМО при заданных характеристиках входного и выходного потока заявок с ожиданием и рассчитать ее характеристики
- 4) Найти распределение вероятностей состояний многоканальной Марковской СМО при заданных характеристиках входного и выходного потока заявок с ожиданием и рассчитать ее характеристики
- 5) Определить характеристики функционирования СМО типа  $E_r|M|1$  при заданных характеристиках входного и выходного потока заявок
- 6) Определить характеристики функционирования немарковской СМО при заданных характеристиках входного и выходного потока заявок

### ПЗ 1

Задание 1 В варианте приведены наблюдаемые значения непрерывной случайной величины (НСВ). Для НСВ:

1. построить интервальный закон распределения Плотность распределения вероятностей (представить в виде непрерывного вариационного ряда - таблица интервал, частота, плотность относительных частот, вероятность)
2. оценить точечные характеристики НСВ (математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение по формулам, все характеристики с помощью расширения "анализ данных" электронных таблиц)
3. на основе данных из таблицы п.п. 1 построить гистограмму плотностей относительных частот НСВ
4. выдвинуть гипотезы о виде закона распределения НСВ  $H_0$  - СВ распределена по закону ... ,  $H_1$  - СВ распределена по закону отличному от ...
5. Привести таблицу с теоретическими частотами, рассчитать наблюдаемое значение критерия Хи квадрат (Колмогорова-Смирнова)
6. Найти границы интервала принятия решений (критические точки)
7. Сделать вывод о законе распределения НСВ

Задание 2 В варианте приведены наблюдаемые значения непрерывной случайной величины (ДСВ). Для ДСВ:

1. построить дискретный закон распределения Плотность распределения вероятностей (представить в виде дискретного вариационного ряда - таблица наблюдаемое значение СВ, частота, относительная частота, вероятность)
2. оценить точечные характеристики ДСВ (математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение по формулам, все характеристики с помощью расширения "анализ данных" электронных таблиц)
3. на основе данных из таблицы п.п. 1 построить полигон относительных частот ДСВ
4. выдвинуть гипотезы о виде закона распределения ДСВ  $H_0$  - СВ распределена по закону ... ,  $H_1$  - СВ распределена по закону отличному от ...
5. Привести таблицу с теоретическими частотами, рассчитать наблюдаемое значение критерия Хи квадрат (Колмогорова-Смирнова)
6. Найти границы интервала принятия решений (критические точки)
7. Сделать вывод о законе распределения ДСВ

Оформить отчет, в отчете отразить все этапы работы с пояснениями, формулами, таблицами  
К отчету приложить документ электронных таблиц с расчетами

### ПЗ 2

Задание: Случайный процесс задан в виде  $X(t, Y) = F(Y)$ , где  $Y$  – случайная величина, распределенная по нормальному закону распределения с параметрами

1. Сформировать по 50 реализаций случайного процесса при  $t=[0,1]$  с шагом 0.1 (пояснения: для каждого  $t=t_j$ : этап 1: сгенерировать 50 значений случайной величины, распределенной по нормальному закону распределения – это значения  $Y_i, i=1,50$  этап 2: вычислить  $X(t_j, Y_i)=F(Y_i)$  –получиться 50 реализаций)
2. Для каждого сечения определить характеристики законов распределения: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс
3. Построить графики траекторий СП с номерами 1, 10, 20, 30, 40, 50
4. Построить гистограмму плотностей относительных частот для сечений при  $t=0; 0.5; 1$
5. Применить критерий о равенстве/различии двух генеральных совокупностей для законов распределения сечений (СВ  $X(t, Y)$  при  $t=0; t=1$ )
6. Рассчитать значения функции математическое ожидание СП при  $t=[0,1]$  с шагом 0.1, построить график функции математическое ожидание СП  $mX(t)$
7. Сделать выводы. Ответить на вопросы: является-ли случайный процесс однородным? К какому классу СП относится исследуемый процесс.

8. Оформить отчет

ПЗ 3

Задание:

Случайный процесс задан в виде  $X(t, Y)=F(Y)$ , где  $Y$  – случайная величина, распределенная по нормальному закону распределения с параметрами.

1. Вычислить значения ковариационной матрицы для каждого сечения  $S(t_i), i=0,0.1,..1$

2. Вычислить значения ковариационной функции  $K_{x_1, x_1}(t_1, t_2)$  для пар сечений:

$t_1=0, t_2=0.2; t_1=0.2, t_2=0.4; t_1=0.4, t_2=0.6; t_1=0.6, t_2=0.8; t_1=0.8, t_2=1;$

$t_1=0.1, t_2=0.6; t_1=0.2, t_2=0.7; t_1=0.3, t_2=0.8; t_1=0.4, t_2=0.9; t_1=0.5, t_2=1.$

1. Ответить на вопрос: можно ли утверждать, что СП является стационарным в широком смысле? Ответ обосновать

2. Ответить на вопрос: можно ли утверждать, что СП является стационарным в узком смысле? Ответ обосновать

3. Применить критерий хи-квадрат на согласие с нормальным законом распределения для сечений (СВ  $X(t, Y)$  при  $t=0; t=1$ )

4. Ответить на вопрос: можно-ли предполагать, что исследуемый СП является нормальным (гауссовским)?

5. Оформить отчет. Отчет должен содержать выполненные задания из ПЗ 2.

ПЗ 4

Задание 1: Однородный процесс

Пусть состояния банка, характеризуются одной из процентных ставок:  $S_0=3\%, S_1=4\%, S_2=5\%, S_3=6\%$ , которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Анализ работы банка в предшествующий период показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Известно, что в начале периода исследования процентная ставка банка составляла 5%, а матрица переходных вероятностей состояний банка имеет вид  $P=\{p_{i,j}\}, i,j=0,1,2,3$

1) Записать матрицу переходных вероятностей системы. Составить граф состояний системы

2) Определить вероятности указанных состояний в банке в конце 3-го квартала (найти вектор безусловных вероятностей состояний системы).

3) Записать матрицу переходных вероятностей системы. Составить граф состояний системы

4) Определить вероятности указанных состояний в банке в конце 3-го квартала (найти вектор безусловных вероятностей состояний системы).

5) Определить вероятности перехода из состояния  $i$  в  $j$  за 3 шага ( $i=1..4, j=1..4$ ).

6) Определить вероятности 1-го возвращения из состояния  $i$  в  $j$  за 3 шага

7) Дать содержательные выводы к вопросам

Задание 2: Неоднородный процесс

Пусть состояния банка, характеризуются одной из процентных ставок:  $S_0=5\%, S_1=8\%, S_2=11\%, S_3=12\%$ , которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Анализ работы банка в предшествующий период показал, что переходные вероятности

меняются с течением времени. Известно, что в начале периода исследования процентная ставка банка составляла 11%. Матрицы переходных вероятностей состояний банка имеет вид  $P(t)$ ,  $t=1,2,3,4$  и задаются по правилу  $P(1) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта;  $P(2) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта +1;  $P(3) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта +2;  $P(4) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта -1;

- 1) Записать матрицы переходных вероятностей системы. Составить графы состояний системы
- 2) Определить вероятности указанных состояний в банке в конце года (найти вектор безусловных вероятностей состояний системы).
- 3) Дать содержательные выводы к вопросам

### ПЗ 5

Решить задачи

Задача 1: Предположим, что студент некоторого института каждый год с вероятностью  $p$  выбывает из него, с вероятностью  $q$  - остается на второй год и с вероятностью  $r=1-p-q$  - переходит на следующий курс. Длительность обучения – 5 лет. Возможность восстановления отсутствует.

Дать классификацию цепи и состояний.

Вычислить:

- матрицу переходных вероятностей через 3 такта времени;
- вероятности состояний через 5 лет;
- вероятность первого перехода из состояния «учится на 1м курсе» в состояние «отчислен» за 4 года времени.

Определить:

средние времена пребывания студента  $i$ -го курса в институте (времена пребывания в невозвратном состоянии при выходе из невозвратного состояния для всех невозвратных состояний);

средние времена пребывания студента  $i$ -го курса в институте (общее время пребывания во всех невозвратных состояниях);

вероятности окончить институт для студентов  $i$ -го курса ( $i=1..5$ ) (вероятности попасть в поглощающее состояние – «окончил институт»);

найти вероятности перехода из невозвратного состояния в поглощающее.

Написать содержательные выводы к каждому вопросу.

Задача 2. Вычислить предельные вероятности состояний системы для задачи

Пусть состояния банка, характеризуются одной из процентных ставок:  $S_0=3\%$ ,  $S_1=4\%$ ,  $S_2=5\%$ ,  $S_3=6\%$ , которые устанавливаются в начале каждого месяца и фиксированы на всем его протяжении. Анализ работы банка в предшествующий период показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Известно, что в конце предшествующего квартала процентная ставка банка составляла 5%, а матрица переходных вероятностей состояний банка имеет вид  $P = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ . Вычислить предельные вероятности состояний системы для задачи

Задание 3 Разработать программу:

четные варианты: расчет предельных вероятностей состояний дискретных цепей Маркова

нечетные варианты: расчет вероятностей поглощающих цепей дискретных Маркова

### ПЗ 6

Задание 1: Марковский процесс с непрерывным временем и дискретным множеством состояний задан в виде графа. С использованием стандартных ППП определить вероятности состояний системы в динамическом и стационарном режимах. Интенсивности переходов состояний СМО задаются преподавателем по вариантам

Задание 2: Разработать программу для нахождения вероятностей состояний Марковского процесса с непрерывным временем

### ПЗ 7

Задание: исследовать характеристики одноканальной СМО с ожиданием

Звонки клиентов обслуживает один оператор. Количество поступающих звонков задано в виде результатов наблюдений по вариантам); время разговора с клиентом (обслуживания) задано в виде результатов наблюдений по вариантам. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить

характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

## Раздел 2

### ПЗ 8

Задание: исследовать характеристики многоканальной СМО с ожиданием

В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов. Площадь павильона составляет  $24 \text{ м}^2$ , причем  $10 \text{ м}^2$  приходится на торговый зал, вместимость которого ограничена. Поэтому, если очередь на обслуживание составляет  $k$  человек, то потенциальный покупатель туда не входит, что свидетельствует об отказе в обслуживании и, как следствие, снижение товарооборота и ухудшении других экономических показателей работы коммерческого предприятия. Дайте оценку работе торгового павильона, если результаты наблюдений за количеством покупателей заходящих в павильон приведены в таблице 1, результаты наблюдений за работой продавца - в таблице 2.

Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

### ПЗ 9

Задание: исследовать характеристики замкнутой многоканальной СМО

Пример задачи: Рассматривается задача функционирования компьютерного класса с  $L$  компьютерами и  $N$  инженерами, обслуживающими компьютеры при их поломке. Количество поломок в ед. времени задано в виде таблицы результатов измерений, время ремонта задано в виде таблицы результатов измерений. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

### ПЗ 10

Задание: исследовать характеристики многоканальной СМО с неограниченной очередью

Пример задачи: В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов, количество человек в очереди не ограничено. Дайте оценку работе торгового павильона, если результаты наблюдений за количеством покупателей заходящих в павильон приведены в виде таблицы результатов измерений, результаты наблюдений за работой продавца так же в виде таблицы результатов измерений. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

### ПЗ 11

Задание: исследовать характеристики СМО с различными дисциплинами обслуживания

В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов. Площадь павильона составляет  $24 \text{ м}^2$ , причем  $10 \text{ м}^2$  приходится на торговый зал, вместимость которого ограничена. Поэтому, если очередь на обслуживание составляет  $k$  человек, то потенциальный покупатель туда не входит, что свидетельствует об отказе в обслуживании и, как следствие, снижение товарооборота и ухудшении других экономических показателей работы коммерческого предприятия. Дайте оценку работе торгового павильона, если результаты наблюдений за количеством покупателей заходящих в павильон приведены в таблице 1, результаты наблюдений за работой продавца - в таблице 2. Наблюдаемые значения количества человек желающих оплатить покупку (в час) представлены в таблице. Построить модель обслуживания по принципу «все как один». С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Построить модель обслуживания по принципу «равномерная взаимопомощь между каналами». С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать

выводы об эффективности функционирования СМО разных типов

ПЗ 12 исследовать характеристики СМО с приоритетом

В поликлинике пациентов обслуживает один доктор. Очередь ограничена K пациентами.

Среди пациентов есть мед.работники, которые имеют больший приоритет и проходят без очереди после окончания обслуживания обычного пациента (без прерывания обслуживания, система с относительным приоритетом). Определить характеристики функционирования СМО при заданных параметрах поступления заявок (обычных и с высшим приоритетом), параметрах времени обслуживания (задаются по варианту).

ПЗ 13 исследовать характеристики полумарковской СМО

Задание Исследовать СМО типа E2|M|1 по вариантам. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

### 7.3. Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении текущего контроля успеваемости

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| Оценка<br>«отлично» (зачтено) | знания:<br>- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;<br>- точное использование научной терминологии, систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;<br>- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю)<br>умения:<br>- умеет ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин<br>навыки:<br>- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br>- владеет навыками самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;<br>- применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий;<br>- грамотно обосновывает ход решения задач;<br>- безупречно владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;<br>- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активно участвует в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий |
|-------------------------------|---|

|  |  |
|--|--|
| <p>Оценка<br/>«хорошо» (зачтено)</p>                     | <p>знания:<br/>- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;<br/>- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю)</p> <p>умения:<br/>- умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;<br/>- использует научную терминологию, лингвистически и логически правильно излагает ответы на вопросы, умеет делать обоснованные выводы;<br/>- владеет инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач</p> <p>навыки:<br/>- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;<br/>- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br/>- без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий;<br/>- обосновывает ход решения задач без затруднений</p> |
| <p>Оценка<br/>«удовлетворительно»<br/>(зачтено)</p>      | <p>знания:<br/>- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;<br/>- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой;<br/>- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок</p> <p>умения:<br/>- умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;<br/>- владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;<br/>- умеет под руководством преподавателя решать стандартные задачи</p> <p>навыки:<br/>- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;<br/>- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br/>- испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий</p>  |
| <p>Оценка<br/>«неудовлетворительно»<br/>(не зачтено)</p> | <p>знания:<br/>- фрагментарные знания по дисциплине;<br/>- отказ от ответа (выполнения письменной работы);<br/>- знание отдельных источников, рекомендованных рабочей программой по дисциплине;</p> <p>умения:<br/>- не умеет использовать научную терминологию;<br/>- наличие грубых ошибок</p> <p>навыки:<br/>- низкий уровень культуры исполнения заданий;<br/>- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br/>- отсутствие навыков самостоятельной работы;<br/>- не может обосновать алгоритм выполнения заданий</p>   |

7.4. Теоретические вопросы и практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 7.4.1. Теоретические вопросы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примерный перечень вопросов к зачету (раздел 1):

1. Определение СП, сечение СП, траектория СП.
2. Одномерная функции распределения, ..., N-мерная функция распределения векторного случайного процесса.
3. Одномерная плотность, ..., N-мерная плотность распределения вероятностей векторного случайного процесса.
4. Определение математического ожидания случайного процесса.
5. Определение ковариационной матрицы и ковариационной функции векторного случайного процесса, корреляционной функции случайного процесса.
6. Определение нормального (гауссовского) случайного процесса.
7. Ковариационная матрица N-мерной плотности распределения гауссовского случайного процесса.
8. Определение процесса с некоррелированными приращениями.
9. Определение, свойства процесса с ортогональными приращениями.
10. Определение, свойства стационарного в узком (широком) смысле случайного процесса.
11. Винеровский процесс, свойства.
12. Марковский процесс, свойства.
13. Пуассоновский процесс.
14. Характеристики дискретных цепей Маркова
15. Доказательство формулы для вероятностей перехода из состояния в состояние за  $t$  тактов времени
16. Доказательство формулы для вероятности возвращения объекта из состояния  $j$  в состояние  $j$  ровно за  $t$  тактов времени
17. Классификация состояний и цепей для дискретных цепей Маркова
18. Свойство эргодических цепей Маркова
19. Описание и свойства поглощающих цепей Маркова
20. Определение и описание однородного марковского процесса с непрерывным временем и дискретным множеством состояний.
21. дискретным множеством состояний.
22. Система уравнений Колмогорова-Чепмена, построение, задача Коши, ее свойства
23. Система уравнений Колмогорова-Чепмена, метод решения.
24. Определение финальных вероятностей Марковского случайного процесса с дискретным множеством состояний.
25. Процесс гибели-размножения, циклический процесс.
26. Процесс массового обслуживания. Заявка (требования), поток заявок, очередь, дисциплина очереди, время ожидания, канал обслуживания.
27. Простейший поток заявок Свойства простейшего входного потока заявок.
28. Характеристики процесса поступления, обслуживания заявок, ожидания в очереди
29. Динамический режим функционирования СМО. Нахождение вероятностей состояний СМО в динамическом режиме
30. Стационарный режим функционирования СМО. Нахождение вероятностей состояний СМО в стационарном режиме
31. Одноканальная СМО с отказами и ее характеристики; абсолютная пропускная способность; относительная пропускная способность и т.д.

Примерный перечень вопросов к зачету (раздел 2):

1. СМО без ограничения на длину очереди, но с ограничением на время ожидания. Замкнутые СМО.
2. СМО с абсолютным приоритетом
3. СМО с относительным приоритетом
4. СМО с равномерной взаимопомощью между каналами
5. СМО с обслуживанием по типу "все как один"
6. СМО типа  $E_r/M/1$
7. СМО с ожиданием.

8. Замкнутые СМО и их характеристики
9. СМО с неограниченной очередью, способы исследования, характеристики
10. СМО с абсолютным приоритетом
11. СМО с относительным приоритетом
12. СМО с равномерной взаимопомощью между каналами
13. СМО с обслуживанием по типу "все как один"
14. Полумарковские СМО и способы их исследования
15. СМО типа  $E_r/M/1$
16. Немарковские СМО и способы их исследования
17. СМО с ожиданием и ограничением на длину очереди.
18. СМО без ограничения на длину очереди, но с ограничением на время ожидания.

#### 7.4.2. Практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

При промежуточной аттестации проводится собеседование по итогам выполнения следующих практических заданий

Раздел 1

Задание 1:

Случайный процесс задан в виде  $X(t, Y) = F(Y)$ , где  $Y$  – случайная величина, распределенная по нормальному закону распределения с параметрами.

1. Сформировать по 50 реализаций случайного процесса при  $t = [0, 1]$  с шагом 0.1 (пояснения: для каждого  $t = t_j$ : этап 1: сгенерировать 50 значений случайной величины, распределенной по нормальному закону распределения – это значения  $Y_i$ ,  $i = 1, 50$  этап 2: вычислить  $X(t_j, Y_i) = F(Y_i)$  –получиться 50 реализаций)

2. Для каждого сечения определить характеристики законов распределения: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент асимметрии, эксцесс

3. Построить графики траекторий СП с номерами 1, 10, 20, 30, 40, 50

4. Построить гистограмму плотностей относительных частот для сечений при  $t = 0; 0.5; 1$

5. Применить критерий о равенстве/различии двух генеральных совокупностей для законов распределения сечений (СВ  $X(t, Y)$  при  $t = 0; t = 1$ )

6. Рассчитать значения функции математическое ожидание СП при  $t = [0, 1]$  с шагом 0.1, построить график функции математическое ожидание СП  $m_X(t)$

7. Сделать выводы. Ответить на вопросы: является-ли случайный процесс однородным?

К какому классу СП относится исследуемый процесс.

Задание 2:

Случайный процесс задан в виде  $X(t, Y) = F(Y)$ , где  $Y$  – случайная величина, распределенная по нормальному закону распределения с параметрами.

1. Вычислить значения ковариационной матрицы для каждого сечения  $S(t_i)$ ,  $i = 0, 0.1, \dots, 1$

2. Вычислить значения ковариационной функции  $K_{X_1, X_1}(t_1, t_2)$  для пар сечений:

$t_1 = 0, t_2 = 0.2; t_1 = 0.2, t_2 = 0.4; t_1 = 0.4, t_2 = 0.6; t_1 = 0.6, t_2 = 0.8; t_1 = 0.8, t_2 = 1;$

$t_1 = 0.1, t_2 = 0.6; t_1 = 0.2, t_2 = 0.7; t_1 = 0.3, t_2 = 0.8; t_1 = 0.4, t_2 = 0.9; t_1 = 0.5, t_2 = 1.$

1. Ответить на вопрос: можно ли утверждать, что СП является стационарным в широком смысле? Ответ обосновать

2. Ответить на вопрос: можно ли утверждать, что СП является стационарным в узком смысле? Ответ обосновать

3. Применить критерий хи-квадрат на согласие с нормальным законом распределения для сечений (СВ  $X(t, Y)$  при  $t = 0; t = 1$ )

4. Ответить на вопрос: можно-ли предполагать, что исследуемый СП является нормальным (гауссовским)?

Задание 3:

Решить задачу: Пусть состояния банка, характеризуются одной из процентных ставок:  $S_0 = 3\%$ ,  $S_1 = 4\%$ ,  $S_2 = 5\%$ ,  $S_3 = 6\%$ , которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Анализ работы банка в предшествующий период показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Известно, что в начале периода исследования процентная ставка банка составляла 5%, а матрица переходных вероятностей состояний банка имеет вид  $P = \{p_{i,j}\}_{i,j=0,1,2,3}$

1) Записать матрицу переходных вероятностей системы. Составить граф состояний

системы

- 2) Определить вероятности указанных состояний в банке в конце 3-го квартала (найти вектор безусловных вероятностей состояний системы).
- 3) Записать матрицу переходных вероятностей системы. Составить граф состояний системы
- 4) Определить вероятности указанных состояний в банке в конце 3-го квартала (найти вектор безусловных вероятностей состояний системы).
- 5) Определить вероятности перехода из состояния  $i$  в  $j$  за 3 шага ( $i=1..4, j=1..4$ ).
- 6) Определить вероятности 1-го возвращения из состояния  $i$  в  $j$  за 3 шага
- 7) Дать содержательные выводы к вопросам

Задание 4:

Решить задачу: Пусть состояния банка, характеризуются одной из процентных ставок:  $S_0=5\%$ ,  $S_1=8\%$ ,  $S_2=11\%$ ,  $S_3=12\%$ , которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Анализ работы банка в предшествующий период показал, что переходные вероятности меняются с течением времени. Известно, что в начале периода исследования процентная ставка банка составляла 11%. Матрицы переходных вероятностей состояний банка имеет вид  $P(t), t=1,2,3,4$  и задаются по правилу  $P(1) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта;  $P(2) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта +1;  $P(3) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта +2;  $P(4) = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ , где  $N$  – номер варианта -1;

1) Записать матрицы переходных вероятностей системы. Составить графы состояний системы

2) Определить вероятности указанных состояний в банке в конце года (найти вектор безусловных вероятностей состояний системы).

3) Дать содержательные выводы к вопросам

Задание 5:

Решить задачу: Предположим, что студент некоторого института каждый год с вероятностью  $p$  выбывает из него, с вероятностью  $q$  - остается на второй год и с вероятностью  $r=1-p-q$  - переходит на следующий курс. Длительность обучения – 5 лет. Возможность восстановления отсутствует.

Дать классификацию цепи и состояний.

Вычислить: матрицу переходных вероятностей через 3 такта времени; вероятности состояний через 5 лет; вероятность первого перехода из состояния «учится на 1м курсе» в состояние «отчислен» за 4 года времени.

Определить: средние времена пребывания студента  $i$ -го курса в институте (времена пребывания в невозвратном состоянии при выходе из невозвратного состояния для всех невозвратных состояний);

средние времена пребывания студента  $i$ -го курса в институте (общее время пребывания во всех невозвратных состояниях); вероятности окончить институт для студентов  $i$ -го курса ( $i=1..5$ ) (вероятности попасть в поглощающее состояние – «окончил институт»);

найти вероятности перехода из невозвратного состояния в поглощающее. Дать содержательные выводы к каждому вопросу.

Задание 6:

Решить задачу: Вычислить предельные вероятности состояний системы для задачи

Пусть состояния банка, характеризуются одной из процентных ставок:  $S_0=3\%$ ,  $S_1=4\%$ ,  $S_2=5\%$ ,  $S_3=6\%$ , которые устанавливаются в начале каждого месяца и фиксированы на всем его протяжении. Анализ работы банка в предшествующий период показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Известно, что в конце предшествующего квартала процентная ставка банка составляла 5%, а матрица переходных вероятностей состояний банка имеет вид  $P = \{p_{i,j}\} I, j=0,1,2,3$ . Вычислить предельные вероятности состояний системы для задачи

Задание 7: Марковский процесс с непрерывным временем и дискретным множеством состояний задан в виде графа. С использованием стандартных ППП определить вероятности состояний системы в динамическом и стационарном режимах. Интенсивности переходов состояний СМО задаются преподавателем по вариантам

Задание 8: Звонки клиентов обслуживает один оператор. Количество поступающих звонков задано в виде результатов наблюдений по вариантам; время разговора с клиентом (обслуживания) задано в виде результатов наблюдений по вариантам. Проанализировать тип СМО (исследовать

входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

## Раздел 2

Задание 9: исследовать характеристики многоканальной СМО с ожиданием

В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов. Площадь павильона составляет 24 м<sup>2</sup>, причем 10 м<sup>2</sup> приходится на торговый зал, вместимость которого ограничена. Поэтому, если очередь на обслуживание составляет  $k$  человек, то потенциальный покупатель туда не входит, что свидетельствует об отказе в обслуживании и, как следствие, снижение товарооборота и ухудшении других экономических показателей работы коммерческого предприятия. Дайте оценку работе торгового павильона, если результаты наблюдений за количеством покупателей заходящих в павильон приведены в таблице 1, результаты наблюдений за работой продавца - в таблице 2.

Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

Задание 10: исследовать характеристики замкнутой многоканальной СМО

Пример задачи: Рассматривается задача функционирования компьютерного класса с  $L$  компьютерами и  $N$  инженерами, обслуживающими компьютеры при их поломке. Количество поломок в ед. времени задано в виде таблицы результатов измерений, время ремонта задано в виде таблицы результатов измерений. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

Задание 11: исследовать характеристики многоканальной СМО с неограниченной очередью

Пример задачи: В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов, количество человек в очереди не ограничено. Дайте оценку работе торгового павильона, если результаты наблюдений за количеством покупателей заходящих в павильон приведены в виде таблицы результатов измерений, результаты наблюдений за работой продавца так же в виде таблицы результатов измерений. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

Задание 12: исследовать характеристики СМО с дисциплиной обслуживания "все как один"

В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов. Площадь павильона составляет 24 м<sup>2</sup>, причем 10 м<sup>2</sup> приходится на торговый зал, вместимость которого ограничена. Поэтому, если очередь на обслуживание составляет  $k$  человек, то потенциальный покупатель туда не входит, что свидетельствует об отказе в обслуживании и, как следствие, снижение товарооборота и ухудшении других экономических показателей работы коммерческого предприятия. Дайте оценку работе торгового павильона, при заданных параметрах входного и выходного потока. Построить модель обслуживания по принципу «все как один». С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

Задание 13: исследовать характеристики СМО с "равномерной взаимопомощью между каналами"

В торговом павильоне покупателей обслуживает  $L$  продавцов. Площадь павильона составляет 24 м<sup>2</sup>, причем 10 м<sup>2</sup> приходится на торговый зал, вместимость которого ограничена. Поэтому, если очередь на обслуживание составляет  $k$  человек, то потенциальный покупатель туда не входит, что свидетельствует об отказе в обслуживании и, как следствие, снижение товарооборота и ухудшении других экономических показателей работы коммерческого предприятия. Дайте оценку работе торгового павильона, при заданных параметрах входного и выходного потока. Вычислить

характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Построить модель обслуживания по принципу «равномерная взаимопомощь между каналами». С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

Задание 14: исследовать характеристики СМО с СМО с приоритетом

В поликлинике пациентов обслуживает один доктор. Очередь ограничена  $K$  пациентами. Среди пациентов есть мед.работники, которые имеют больший приоритет и проходят без очереди после окончания обслуживания обычного пациента (без прерывания обслуживания, система с относительным приоритетом). Определить характеристики функционирования СМО при заданных параметрах поступления заявок (обычных и с высшим приоритетом), параметрах времени обслуживания (задаются по варианту).

Задание 15: исследовать характеристики полумарковской СМО

Задание Исследовать СМО типа  $E2|M|1$  по вариантам. Проанализировать тип СМО (исследовать входной и выходной потоки, нарисовать граф состояний). С помощью стандартных пакетов прикладных программ найти вероятности состояний в динамическом и стационарном режимах. Вычислить характеристики эффективности функционирования СМО в динамическом и стационарном режимах. Сделать выводы об эффективности функционирования СМО

#### 7.4.3. Примерные темы курсовой работы (проекта) (при наличии)

Курсовая работа (проект) учебным планом не предусмотрена.

#### 7.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Процедура проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости регламентируется локальным нормативным актом, определяющим порядок организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля приведены в п. 7.2.

Процедура оценивания формирования компетенций при проведении текущего контроля приведена в п. 7.3.

Вопросы для промежуточной аттестации приведены в п.п. 7.4.1; задания для промежуточной аттестации в п.п. 7.4.2. Процедура оценивания формирования компетенций при проведении промежуточной аттестации приведена в п. 7.6.

Форма аттестации по разделу 1 - зачет, по разделу 2 - зачет с оценкой

#### 7.6. Критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

| Критерии оценивания | Уровень освоения и оценка    |                            |                 |                  |
|---------------------|------------------------------|----------------------------|-----------------|------------------|
|                     | Оценка «неудовлетворительно» | Оценка «удовлетворительно» | Оценка «хорошо» | Оценка «отлично» |
|                     | «не зачтено»                 | «зачтено»                  |                 |                  |

|        |   |  |  |   |
|--------|---|--|--|---|
|        | <p>Уровень освоения компетенции «недостаточный». Компетенции не сформированы. Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы</p>   | <p>Уровень освоения компетенции «пороговый». Компетенции сформированы. Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>          | <p>Уровень освоения компетенции «продвинутый». Компетенции сформированы. Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>  | <p>Уровень освоения компетенции «высокий». Компетенции сформированы. Знания аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>   |
| знания | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>-существенные пробелы в знаниях учебного материала;<br/>-допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;<br/>-непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета.</p> | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>-знания теоретического материала;<br/>-неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов;<br/>-неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы.</p> | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>-знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;<br/>-знания теоретического материала<br/>-способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;<br/>-правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы.</p> | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>-глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;<br/>-полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий, в рамках обсуждаемых заданий;<br/>-способность устанавливать и объяснять связь практики и теории,<br/>-логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора.</p> |

|                          |  |   |   |  |
|--------------------------|--|---|---|--|
| <p>умения</p>            | <p>При выполнении практического задания билета обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень умений. Практические задания не выполнены. Обучающийся не отвечает на вопросы билета при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</p> | <p>Обучающийся выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Допускаются ошибки в содержании ответа и решении практических заданий. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</p>   | <p>Обучающийся выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Предложенные практические задания решены с небольшими неточностями. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</p> | <p>Обучающийся правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Решает предложенные практические задания без ошибок. Ответил на все дополнительные вопросы.</p> |
| <p>владение навыками</p> | <p>Не может выбрать методику выполнения заданий. Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения задач. Делает некорректные выводы. Не может обосновать алгоритм выполнения заданий.</p>                               | <p>Испытывает затруднения по выбору методики выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения задач. Испытывает затруднения с формулированием корректных выводов. Испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий.</p> | <p>Без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения задач. Делает корректные выводы по результатам решения задачи. Обосновывает ход решения задач без затруднений.</p>         | <p>Применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий. Не допускает ошибок при выполнении заданий. Самостоятельно анализирует результаты выполнения заданий. Грамотно обосновывает ход решения задач.</p>   |

Оценка по дисциплине зависит от уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной, и представляет собой среднее арифметическое от выставленных оценок по отдельным результатам обучения (знания, умения, владение навыками).

Оценка «отлично»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 4,5 до 5,0.

Оценка «хорошо»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 3,5 до 4,4.

Оценка «удовлетворительно»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 2,5 до 3,4.

Оценка «неудовлетворительно»/«не зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 0 до 2,4.

## 8. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

### 8.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

| № п/п                                   | Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы  | Количество экземпляров/электронный адрес ЭБС  |
|---|---|---|
| <b><u>Основная литература</u></b>       |   |   |
| 1                                       | Белопольская Я. И., Васильчук В. Ю., Теория случайных процессов и системы массового обслуживания, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2019 | <a href="https://www.iprbooks-hop.ru/108052.html">https://www.iprbooks-hop.ru/108052.html</a> |
| 2                                       | Власов А. В., Юдин В. С., Анализ случайных процессов, Москва: Московский технический университет связи и информатики, 2018  | <a href="https://www.iprbooks-hop.ru/92454.html">https://www.iprbooks-hop.ru/92454.html</a>   |
| <b><u>Дополнительная литература</u></b> |   |   |
| 1                                       | Кириянова Л. В., Лемин А. Ю., Мацеевич Т. А., Теория случайных процессов, Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/62635.html">http://www.iprbookshop.ru/62635.html</a>       |
| 2                                       | Смирнов И. Н., Прикладные задачи теории массового обслуживания, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, 2019                                    | <a href="https://www.iprbooks-hop.ru/102664.html">https://www.iprbooks-hop.ru/102664.html</a> |

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

### 8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

| Наименование ресурса сети «Интернет»  | Электронный адрес ресурса   |
|---|---|
| Моделирование систем массового обслуживания (курс лекций к.т.н. К.А. Хайдарова)   | <a href="http://bourabai.ru/cm/smo.htm">http://bourabai.ru/cm/smo.htm</a>                 |
| Теория вероятностей - II (дискретные случайные процессы)<br>Курс по дискретным случайным процессам: процесс Пуассона, ветвящийся процесс, процесс восстановления, цепи Маркова и случайные блуждания. | <a href="https://stepik.org/course/57281/promo">https://stepik.org/course/57281/promo</a> |

### 8.3. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

| Наименование  | Электронный адрес ресурса   |
|---|---|
| Электронная библиотека Ирбис 64                                     | <a href="http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/">http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/</a> |
| Электронно-библиотечная система издательства "Консультант студента" | <a href="https://www.studentlibrary.ru/">https://www.studentlibrary.ru/</a>             |
| Электронно-библиотечная система издательства "IPRsmart"             | <a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>                     |
| Электронно-библиотечная система издательства "ЮРАЙТ"                | <a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a>               |
| Электронно-библиотечная система издательства "Лань"                 | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>                             |
| Система дистанционного обучения СПбГАСУ Moodle                      | <a href="https://moodle.spbgasu.ru/">https://moodle.spbgasu.ru/</a>                     |
| Информационно-правовая база данных Кодекс                           | <a href="http://gasudata.lan.spbgasu.ru/docs/">http://gasudata.lan.spbgasu.ru/docs/</a> |
| Информационно-правовая система Консультант                          | \\law.lan.spbgasu.ru\Consultant Plus ADM  |
| Информационно-правовая система Гарант                               | \\law.lan.spbgasu.ru\GarantClient   |

8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

| Наименование                              | Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)   |
|---|---|
| Microsoft Windows 10 Pro                  | Договор № Д32009689201 от 18.12.2020г   |
| Math Cad версия 15                        | Сублицензионное соглашение на использование продуктов "РТС" с ООО"Софт Лоджистик" договор №20716/SPB9 2010 г. Лицензия бессрочная |
| Matlab версия R2019a                      | Договор №Д31908369487 от 01.11.2019 с ООО "Софтлайн Проекты". Лицензия до 31.12.2025  |
| Python версия 3.7.6386.10                 | Свободно распространяемое   |
| R версия 3.4.4                            | Свободно распространяемое   |
| LibreOffice                               | Свободно распространяемое   |
| PyCharm Community                         | Свободно распространяемое   |
| Microsoft Visual Studio Community Edition | Свободно распространяемое   |
| Gretl версия 2019c                        | Свободно распространяемое   |

8.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Сведения об оснащённости учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы

| Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы  | Оснащённость оборудованием и техническими средствами обучения  |
|--|--|
| 73. Учебные аудитории для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации | Учебная аудитория для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации – комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска маркерная белая эмалевая, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет. |
| 73. Помещения для самостоятельной работы   | Помещение для самостоятельной работы (читальный зал библиотеки, ауд. 217): ПК-23 шт., в т.ч. 1 шт.- ПК для лиц с ОВЗ (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду СПбГАСУ.<br>ПО Microsoft Windows 10   |
| 73. Учебные аудитории для проведения лекционных занятий  | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска маркерная белая эмалевая, экран, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет.  |

|                        |   |
|------------------------|---|
| 73. Компьютерный класс | Рабочие места с ПК (стол компьютерный, системный блок, монитор, клавиатура, мышь), стол рабочий, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Internet. |
|------------------------|---|

Для инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются специальные условия для получения образования в соответствии с требованиями нормативно-правовых документов.