



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Математики

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник учебно-методического управления

«29» июня 2023 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Вариационное исчисление

направление подготовки/специальность 09.03.02 Информационные системы и технологии

направленность (профиль)/специализация образовательной программы Информационные системы и технологии

Форма обучения очная

Санкт-Петербург, 2023

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины является:

- формирование фундаментальных знаний в области решения экстремальных задач вариационного исчисления;
- приобретение навыков использования аппарата вариационного исчисления в процессе математического моделирования прикладных задач механики и физики.

Задачами освоения дисциплины являются:

- ознакомление студентов с базовыми понятиями вариационного исчисления: функционал, вариация, задача вариационного исчисления;
- изучение основных методов вариационного исчисления;
- использование вариационных принципов механики для решения задач расчета конструкций.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения ОПОП
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.4 Использует методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения сформулированной задачи профессиональной деятельности	<b>знает</b> основные типы экстремальных задач <b>умеет</b> обнаруживать применимость аппарата вариационного исчисления для решения задач из других областей науки <b>владеет</b> навыками сведения прикладных задач к вариационным задачам; навыками математической формализации прикладных задач;

## 3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) включена в Блок «Дисциплины, модули» Б1.О.13.06 основной профессиональной образовательной программы 09.03.02 Информационные системы и технологии и относится к обязательной части учебного плана.

№ п/п	Предшествующие дисциплины	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	Дифференциальные уравнения	ОПК-1.2

Дифференциальные уравнения  
знать типы дифференциальных уравнений  
уметь решать уравнения различного порядка

№ п/п	Последующие дисциплины	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	Компьютерное и математическое моделирование	ОПК-8.1, ОПК-2.2, ОПК-3.2

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Вид учебной работы	Всего часов	Из них часы на практическую подготовку	Семестр
			4
<b>Контактная работа</b>	32		32
Практические занятия (Пр)	32	0	32
<b>Иная контактная работа, в том числе:</b>			
консультации по курсовой работе (проекту), контрольным работам (РГР)			
контактная работа на аттестацию (сдача зачета, зачета с оценкой; защита курсовой работы (проекта); сдача контрольных работ (РГР))			
контактная работа на аттестацию в сессию (консультация перед экзаменом и сдача			
<b>Часы на контроль</b>	4		4
<b>Самостоятельная работа (СР)</b>	36		36
<b>Общая трудоемкость дисциплины (модуля)</b>			
<b>часы:</b>	72		72
<b>зачетные единицы:</b>	2		2

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Тематический план дисциплины (модуля)**

№	Разделы дисциплины	Семестр	Контактная работа (по учебным занятиям), час.						СР	Всего, час.	Код индикатора достижения компетенции
			лекции		ПЗ		ЛР				
			всего	из них на практическую подготовку	всего	из них на практическую подготовку	всего	из них на практическую подготовку			
1.	1 раздел. Экстремум функционала										
1.1.	Функционал. Основная задача вариационного исчисления	4			2			6	8	ОПК-1.4	
1.2.	Уравнение Эйлера и его обобщения	4			20			12	32	ОПК-1.4	
2.	2 раздел. Вариационные методы										
2.1.	Методы прямой минимизации функционала	4			10			18	28	ОПК-1.4	
3.	3 раздел. Контроль										
3.1.	Зачет	4							4	ОПК-1.4	

**5.1. Практические занятия**

№ разд	Наименование раздела и темы практических занятий	Наименование и содержание практических занятий
1	Функционал. Основная задача вариационного исчисления	Функционал. Основная задача вариационного исчисления Линейные нормированные пространства. Расстояния между функциями. Близость кривых.
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Уравнение Эйлера для простейшей задачи вариационного исчисления Вывод уравнения Эйлера. Определение экстремалей функционала.
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Частные случаи уравнения Эйлера Задача о брахистохроне
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Поле экстремалей. Уравнение Якоби. Необходимое условие включения экстремали в поле
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Достаточные условия существования экстремума. Условия Вейерштрасса, условия Лежандра.
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Исследование функционала на экстремум. Правила исследования функционала на сильные и слабые экстремумы.
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Функционалы, зависящие от нескольких функций Система уравнений Эйлера
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Функционалы, зависящие от производных высших порядков дифференциальное уравнение Эйлера-Пуассона
2	Уравнение Эйлера и	Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных

	его обобщения	Уравнение Эйлера-Остроградского
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Условный экстремум функционала. метод неопределенных множителей Лагранжа Функция Лагранжа. голономные и неголономные связи
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Изопериметрическая задача Задача дидоны. Задача о цепной линии
3	Методы прямой минимизации функционала	Метод Эйлера Квадратичный функционал. Минимизирующая последовательность. Процедура метода Эйлера.
3	Методы прямой минимизации функционала	Задача приближения функции Разложение по базисным функциям
3	Методы прямой минимизации функционала	Метод Ритца Процедура метода Ритца для простейшей задачи вариационного исчисления
3	Методы прямой минимизации функционала	Конечно-элементный метод Ритца Процедура метода конечных элементов
3	Методы прямой минимизации функционала	Вариационные принципы в механике Отдельные задачи строительной механики: стержень, балка, пластина

## 5.2. Самостоятельная работа обучающихся

№ разд	Наименование раздела дисциплины и темы	Содержание самостоятельной работы
1	Функционал. Основная задача вариационного исчисления	Расстояние между кривыми в нормированных пространствах Выполнение домашнего задания
1	Функционал. Основная задача вариационного исчисления	Функционал. Приращение и вариация функционала выполнение домашнего задания.
1	Функционал. Основная задача вариационного исчисления	Основная задача вариационного исчисления Подобрать в литературе и интернете задачи на экстремум функционала
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Уравнение Эйлера для простейшей задачи вариационного исчисления Индивидуальное задание 1
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Частные случаи уравнения Эйлера Индивидуальное задание 2
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Исследование функционала на экстремум Индивидуальное задание 3
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Функционалы, зависящие от нескольких функций Индивидуальное задание 4
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Функционалы, зависящие от производных высших порядков Индивидуальное задание 5
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	Изопериметрическая задачи Индивидуальное задание 6
3	Методы прямой	Метод Эйлера

	минимизации функционала	Индивидуальное задание 7
3	Методы прямой минимизации функционала	Метод Ритца Индивидуальное задание 8
3	Методы прямой минимизации функционала	Метод конечных элементов Индивидуальное задание 9
3	Методы прямой минимизации функционала	Вариационные принципы в механике Изучение теоретического материала. Подготовка к зачету.

## 6. Методические материалы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Аудиторные занятия по Вариационному исчислению направлены на наиболее полное раскрытие разделов и тем дисциплины.

При подготовке к занятиям студенту необходимо:

- ознакомиться с соответствующей темой занятия;
- осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- изучить рекомендуемую рабочей программой литературу по данной теме.

При выполнении практических работ студенту необходимо:

- ознакомиться с теоретическим материалом по теме работы в литературе, указанной преподавателем;
- руководствоваться указаниями и разъяснениями, которые преподаватель даёт на занятии;
- при возникновении вопросов или затруднений на практических занятиях консультироваться с преподавателем.

Для выполнения самостоятельных работ будут необходимы знания и навыки, приобретенные на практических занятиях. Для ответов на вопросы при затруднениях во время выполнения индивидуальных работ предоставляется возможность консультирования с преподавателем.

## 7. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (модуля)	Код и наименование индикатора контролируемой компетенции	Вид оценочного средства
1	Функционал. Основная задача вариационного исчисления	ОПК-1.4	решение задач
2	Уравнение Эйлера и его обобщения	ОПК-1.4	Решение задач
3	Методы прямой минимизации функционала	ОПК-1.4	Решение задач
4	Зачет	ОПК-1.4	

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля успеваемости, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

Комплект заданий

для проверки сформированности индикатора достижения компетенции ОПК-1.4

Задание 1. Для функционала простейшей задачи вариационного исчисления

- составить уравнение Эйлера;
- найти общее решение дифференциального уравнения;
- найти частное решение краевой задачи;
- построить экстремаль;

Задание 2. Для функционала простейшей задачи вариационного исчисления

- найти первый интеграл уравнения Эйлера;
- найти общее решение дифференциального уравнения;
- найти частное решение краевой задачи;
- построить экстремаль

Задание 3. Для функционала из Задания 1

а) вычислить значение функционала на найденной экстремали и сравнить со значением функционала на прямой, проходящей через две граничные точки.

б) составить уравнение Якоби и проверить условие включения экстремали в центральное поле.

Построить несколько решений уравнения Якоби для разных  $C$ ;

- в) проверить условие Лежандра;
  - г) сделать вывод о характере экстремума функционала;
- Задание 4. Для функционала, зависящего от двух функций  $y$  и  $z$

- а) составить систему уравнений Эйлера;
- б) найти общие решения для  $y$  и  $z$ ;
- в) написать систему для определения произвольных постоянных;
- г) вычислить произвольные постоянные;
- д) построить экстремаль и её проекции.

Задание 5. Для функционала, зависящего от производной второго порядка

- а) составить уравнение Эйлера-Пуассона;
- б) найти общее решение для  $y(x)$ ;
- в) вычислить произвольные постоянные;
- г) построить экстремаль.

Задание 6. Для функционала из Заданий 1 найти экстремаль функционала, при заданном изопериметрическом условии.

Построить её график. Сравнить с решением задачи 1.

Комплект заданий

Задание 7. Для функционала из задания 1

- а) найти приближение экстремали по методу Эйлера;
- б) найти приближенное значение экстремума функционала;
- в) оценить погрешность метода Эйлера;
- г) построить графики точного и приближенного решений в одних осях.

Задание 8. Для функционала из задания 1

а) написать процедуру метода Рунге для одного приближения. В качестве базисных функций выбрать синусы.

Построить графики точного и приближенного решений. Оценить погрешность.

б) Написать процедуру метода Рунге для  $n$  приближений.

в) Найти приближенные решения для  $n=3$ , если, в качестве базисных функций выбрана система синусов.

Построить графики точного и приближенного решений. Оценить погрешность.

г) Найти приближенные решения для  $n=3$ , если, в качестве базисных функций выбрана система многочленов.

Построить графики точного и приближенного решений. Оценить погрешность.

Задание 9. Для функционала из задания 1

- а) написать процедуру метода конечных элементов;
- б) найти приближенные решения для четырех элементов.
- в) построить графики точного и приближенного решений



7.3. Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении текущего контроля успеваемости

<p>Оценка «отлично» (зачтено)</p>	<p>знания: - систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы; - точное использование научной терминологии, систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы; - полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю)</p> <p>умения: - умеет ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин</p> <p>навыки: - высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - владеет навыками самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации; - применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий; - грамотно обосновывает ход решения задач; - безупречно владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач; - творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активно участвует в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий</p>
<p>Оценка «хорошо» (зачтено)</p>	<p>знания: - достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю)</p> <p>умения: - умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку; - использует научную терминологию, лингвистически и логически правильно излагает ответы на вопросы, умеет делать обоснованные выводы; - владеет инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач</p> <p>навыки: - самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; - средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий; - обосновывает ход решения задач без затруднений</p>

<p>Оценка «удовлетворительно» (зачтено)</p>	<p>знания: - достаточный минимальный объем знаний по дисциплине; - усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой; - использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок умения: - умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку; - владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач; - умеет под руководством преподавателя решать стандартные задачи навыки: - работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий; - достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий</p>
<p>Оценка «неудовлетворительно» (не зачтено)</p>	<p>знания: - фрагментарные знания по дисциплине; - отказ от ответа (выполнения письменной работы); - знание отдельных источников, рекомендованных рабочей программой по дисциплине; умения: - не умеет использовать научную терминологию; - наличие грубых ошибок навыки: - низкий уровень культуры исполнения заданий; - низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - отсутствие навыков самостоятельной работы; - не может обосновать алгоритм выполнения заданий</p>

7.4. Теоретические вопросы и практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

7.4.1. Теоретические вопросы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примерные вопросы

1. Определение функционала. Классы функций. Норма и метрика в функциональных пространствах.
2. Непрерывность и варьируемость функционала.
3. Экстремум функционала.
4. Вариация аргумента. Геометрическая интерпретация. Первая вариация функционала.

Вычисление вариации.

5. Основные леммы вариационного исчисления.
6. Вывод уравнения Эйлера для простейшей задачи вариационного исчисления.
7. Частные случаи уравнения Эйлера.
8. Решение задачи о брахистохроне.
9. Функционалы, зависящие от нескольких функций, система дифференциальных уравнений Эйлера
10. Функционалы, зависящие от производных высших порядков, дифференциальное уравнение Эйлера-Пуассона.
11. Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.

12. Изопериметрическая задача.
13. Задача о цепной линии.
14. Поле экстремалей.
15. Уравнение Якоби.
16. Достаточные условия Вейерштрасса.
17. Достаточные условия Лежандра.
18. Процедура прямой минимизации функционала.
19. Метод Эйлера
20. Процедура метода Рунге.
21. Процедура метода конечных элементов.
22. Вариационные принципы механики.

#### 7.4.2. Практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Задача 1.

Исследовать функционал на экстремум:

а) Составить и решить уравнение Эйлера.

б) Проверить условие Якоби, сделать вывод о возможности включения экстремали в центральное поле.

в) Проверить усиленное условие Лежандра.

Задача 2.

Задан квадратичный функционал.

Составить систему метода Рунге для двух приближений. Найти и построить приближенное решение.

Образцы вариантов заданий в Приложении.

#### 7.4.3. Примерные темы курсовой работы (проекта) (при наличии)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

#### 7.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Процедура проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости регламентируется локальным нормативным актом, определяющим порядок организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Процедура оценивания формирования компетенций при проведении текущего контроля приведена в п. 7.2.

Типовые контрольные задания приведены в п. 7.3.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Зачет проводится в письменной форме и содержит 2 задачи.

#### 7.6. Критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания	Уровень освоения и оценка			
	Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		

	<p>Уровень освоения компетенции «недостаточный». Компетенции не сформированы. Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы</p>	<p>Уровень освоения компетенции «пороговый». Компетенции сформированы. Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p>Уровень освоения компетенции «продвинутый». Компетенции сформированы. Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p>Уровень освоения компетенции «высокий». Компетенции сформированы. Знания аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
знания	<p>Обучающийся демонстрирует: -существенные пробелы в знаниях учебного материала; -допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; -непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета.</p>	<p>Обучающийся демонстрирует: -знания теоретического материала; -неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; -неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы.</p>	<p>Обучающийся демонстрирует: -знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; -знания теоретического материала -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; -правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы.</p>	<p>Обучающийся демонстрирует: -глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; -полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий, в рамках обсуждаемых заданий; -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, -логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора.</p>

<p>умения</p>	<p>При выполнении практического задания билета обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень умений. Практические задания не выполнены. Обучающийся не отвечает на вопросы билета при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</p>	<p>Обучающийся выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Допускаются ошибки в содержании ответа и решении практических заданий. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</p>	<p>Обучающийся выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Предложенные практические задания решены с небольшими неточностями. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</p>	<p>Обучающийся правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Решает предложенные практические задания без ошибок. Ответил на все дополнительные вопросы.</p>
<p>владение навыками</p>	<p>Не может выбрать методику выполнения заданий. Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения задач. Делает некорректные выводы. Не может обосновать алгоритм выполнения заданий.</p>	<p>Испытывает затруднения по выбору методики выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения задач. Испытывает затруднения с формулированием корректных выводов. Испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий.</p>	<p>Без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения задач. Делает корректные выводы по результатам решения задачи. Обосновывает ход решения задач без затруднений.</p>	<p>Применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий. Не допускает ошибок при выполнении заданий. Самостоятельно анализирует результаты выполнения заданий. Грамотно обосновывает ход решения задач.</p>

Оценка по дисциплине зависит от уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной, и представляет собой среднее арифметическое от выставленных оценок по отдельным результатам обучения (знания, умения, владение навыками).

Оценка «отлично»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 4,5 до 5,0.

Оценка «хорошо»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 3,5 до 4,4.

Оценка «удовлетворительно»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 2,5 до 3,4.

Оценка «неудовлетворительно»/«не зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 0 до 2,4.

## 8. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

### 8.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров/электронный адрес ЭБС
<b><u>Основная литература</u></b>		
1	Вагер Б. Г., Игнатьев О. В., Карпов В. В., Сальников А. Ю., Вариационное исчисление, вариационные методы и вариационные принципы в задачах строительного профиля, М.: АСВ, 2003	269
2	Рябикова Т. В., Вагер Б. Г., Вариационное исчисление, СПб., 2018	<a href="http://ntb.spbgasu.ru/elib/00974/">http://ntb.spbgasu.ru/elib/00974/</a>
<b><u>Дополнительная литература</u></b>		
1	Хеннер В. К., Белозерова Т. С., Хеннер М. В., Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений, Санкт-Петербург: Лань, 2021	<a href="https://e.lanbook.com/book/167476">https://e.lanbook.com/book/167476</a>
2	Моклячук М. П., Вариационное исчисление. Экстремальные задачи, Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019	<a href="http://www.iprbookshop.ru/91913.html">http://www.iprbookshop.ru/91913.html</a>

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

### 8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
Федеральный образовательный портал "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	<a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>

### 8.3. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Наименование	Электронный адрес ресурса
Электронно-библиотечная система издательства "Лань"	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
Электронная библиотека Ирбис 64	<a href="http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/">http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/</a>
Электронно-библиотечная система издательства "ЮРАЙТ"	<a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a>
Электронно-библиотечная система издательства "IPRsmart"	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
Федеральный образовательный портал "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	<a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>

### 8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

Наименование	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
Matlab версия R2019a	Договор №ДЗ1908369487 от 01.11.2019 с ООО "Софтлайн Проекты". Лицензия до 31.12.2025

## 8.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

### Сведения об оснащённости учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы

Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащённость оборудованием и техническими средствами обучения
07. Помещения для самостоятельной работы	Помещение для самостоятельной работы (читальный зал библиотеки, ауд. 217): ПК-23 шт., в т.ч. 1 шт.- ПК для лиц с ОВЗ (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду СПбГАСУ. ПО Microsoft Windows 10
07. Учебные аудитории для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет

Для инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются специальные условия для получения образования в соответствии с требованиями нормативно-правовых документов.