



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Математики

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник учебно-методического управления

«29» июня 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

направление подготовки/специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)/специализация образовательной программы Прикладная математика и информатика

Форма обучения очная

Санкт-Петербург, 2023

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины являются совершенствование уровня фундаментальной подготовки по линейной алгебре и аналитической геометрии, необходимого для изучения ряда других математических и механических дисциплин; приобретение твердых навыков решения задач в области алгебры и геометрии, необходимых для получения профессиональных компетенций.

Задачами освоения дисциплины являются применение основных понятий и методов линейной алгебры и аналитической геометрии для исследования и решения задач математики, а также задач механики и информатики.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

| Код и наименование компетенции  | Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения ОПОП  |
|---|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.3 Демонстрирует применение фундаментальных знаний, необходимых для решения сформулированной задачи профессиональной деятельности | <b>знает</b><br>- базовые понятия и основные технические приемы матричной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств, линейных преобразований, теории квадратичных форм;<br><b>умеет</b><br>- использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины и формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера;<br><b>владеет</b><br>- стандартными методами и моделями линейной алгебры и аналитической геометрии и их применением к решению прикладных задач;<br>- навыками математической формализации прикладных задач;<br>- анализом и интерпретацией решений соответствующих математических моделей. |

## 3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) включена в Блок «Дисциплины, модули» Б1.О.13 основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к обязательной части учебного плана.

Знание программы средней школы по всем математическим дисциплинам.

Владение теоретическим материалом дисциплин алгебры и геометрии.

Умение решать задачи по этим дисциплинам.

| № п/п | Последующие дисциплины | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|-------|------------------------|--|
|-------|------------------------|--|



|      |   |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
|------|---|---|---|--|---|--|--|------|------|---------|
| 1.   | 1 раздел. Комплексные числа и многочлены                                      |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 1.1. | Действия над комплексными числами. Многочлены                                 | 1 |   |  | 8 |  |  | 10   | 18   | ОПК-1.3 |
| 2.   | 2 раздел. Матрицы и определители.   |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 2.1. | Действия над матрицами  | 1 | 2 |  | 2 |  |  | 8    | 12   | ОПК-1.3 |
| 2.2. | Определители и их свойства. Теорема разложения                                | 1 | 4 |  | 4 |  |  | 8    | 16   | ОПК-1.3 |
| 2.3. | Обратная матрица. Ранг матрицы.   | 1 | 4 |  | 4 |  |  | 8    | 16   | ОПК-1.3 |
| 3.   | 3 раздел. Системы линейных уравнений  |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 3.1. | Системы линейных уравнений  | 1 | 4 |  | 4 |  |  | 8    | 16   | ОПК-1.3 |
| 3.2. | Метод Гаусса  | 1 | 2 |  | 4 |  |  | 10,2 | 16,2 | ОПК-1.3 |
| 3.3. | Однородные системы линейных уравнений   | 1 | 2 |  | 2 |  |  |      | 4    | ОПК-1.3 |
| 3.4. | Собственные числа и собственные столбцы матрицы.                              | 1 | 2 |  | 4 |  |  | 6    | 12   | ОПК-1.3 |
| 4.   | 4 раздел. Векторная алгебра   |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 4.1. | Системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве.                    | 1 | 2 |  |   |  |  |      | 2    | ОПК-1.3 |
| 4.2. | Линейные операции над векторами.  | 1 | 2 |  |   |  |  |      | 2    | ОПК-1.3 |
| 4.3. | Проекция вектора на ось. Основная теорема векторной алгебры.                  | 1 | 2 |  |   |  |  | 6    | 8    | ОПК-1.3 |
| 4.4. | Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.                        | 1 | 6 |  |   |  |  | 6    | 12   | ОПК-1.3 |
| 5.   | 5 раздел. Иная контактная работа  |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 5.1. | Иная контактная работа  | 1 |   |  |   |  |  |      | 0,8  | ОПК-1.3 |
| 6.   | 6 раздел. Контроль  |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 6.1. | Зачёт СОц   | 1 |   |  |   |  |  |      | 9    | ОПК-1.3 |
| 7.   | 7 раздел. Аналитическая геометрия на плоскости                                |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 7.1. | Прямая линия на плоскости   | 2 |   |  | 6 |  |  | 6    | 12   | ОПК-1.3 |
| 7.2. | Канонические уравнения кривых второго порядка                                 | 2 |   |  | 4 |  |  | 4,2  | 8,2  | ОПК-1.3 |
| 7.3. | Исследование уравнения второй степени. Построение его геометрических образов. | 2 |   |  | 8 |  |  | 10   | 18   | ОПК-1.3 |
| 8.   | 8 раздел. Аналитическая геометрия в пространстве                              |   |   |  |   |  |  |      |      |         |
| 8.1. | Прямая и плоскость в пространстве   | 2 |   |  | 8 |  |  | 6    | 14   | ОПК-1.3 |

|       |   |   |   |  |    |  |  |  |    |     |         |
|-------|---|---|---|--|----|--|--|--|----|-----|---------|
| 8.2.  | Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных. Классификация поверхностей второго порядка. | 2 |   |  | 12 |  |  |  | 10 | 22  | ОПК-1.3 |
| 9.    | 9 раздел. Линейные пространства   |   |   |  |    |  |  |  |    |     |         |
| 9.1.  | Аксиомы линейного пространства  | 2 | 2 |  | 2  |  |  |  |    | 4   | ОПК-1.3 |
| 9.2.  | Базис и координаты. Размерность пространства.   | 2 | 4 |  | 6  |  |  |  | 4  | 14  | ОПК-1.3 |
| 9.3.  | Евклидовы пространства.   | 2 | 2 |  | 2  |  |  |  | 4  | 8   | ОПК-1.3 |
| 10.   | 10 раздел. Линейные преобразования  |   |   |  |    |  |  |  |    |     |         |
| 10.1  | Определение линейного преобразования и его матричная форма  | 2 | 2 |  |    |  |  |  |    | 2   | ОПК-1.3 |
| 10.2  | Вырожденное и невырожденное линейное преобразование   | 2 | 2 |  |    |  |  |  |    | 2   | ОПК-1.3 |
| 10.3  | Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.  | 2 | 2 |  |    |  |  |  | 4  | 6   | ОПК-1.3 |
| 10.4  | Квадратичные формы.   | 2 | 2 |  |    |  |  |  | 4  | 6   | ОПК-1.3 |
| 11.   | 11 раздел. Иная контактная работа   |   |   |  |    |  |  |  |    |     |         |
| 11.1. | Иная контактная работа  | 2 |   |  |    |  |  |  |    | 0,8 | ОПК-1.3 |
| 12.   | 12 раздел. Контроль   |   |   |  |    |  |  |  |    |     |         |
| 12.1  | Экзамен   | 2 |   |  |    |  |  |  |    | 27  | ОПК-1.3 |

### 5.1. Лекции

| № разд | Наименование раздела и темы лекций             | Наименование и краткое содержание лекций  |
|--------|--|---|
| 2      | Действия над матрицами                         | Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Матрица и ее размеры. Виды матриц. Транспонирование матрицы. Симметричная матрица. Сложение матриц и свойства операции сложения. Умножение матрицы на число. Умножение матриц. Свойства операции умножения. |
| 3      | Определители и их свойства. Теорема разложения | Определители и их свойства. Теорема разложения. Определители второго и третьего порядков. Перестановки из натуральных чисел. Определение определителя произвольного порядка. Свойства определителей. Теорема разложения.                                  |
| 4      | Обратная матрица. Ранг матрицы.                | Обратная матрица. Ранг матрицы. Вычисление обратной матрицы через союзную. Миноры матриц. Определение ранга матрицы, его вычисление с помощью элементарных преобразований.  |
| 5      | Системы линейных уравнений                     | Формулы Крамера. Теоремы Кронекера-Капелли. Равносильность систем линейных уравнений. Преобразования, не нарушающие равносильность. Определенные, неопределенные  |

|    |  |  |
|----|--|--|
|    |  | несовместные системы. Расширенная матрица системы. Необходимые и достаточные условия существования решений системы линейных уравнений (I теорема Кронекера-Капелли). Свободные и базисные переменные. II теорема Кронекера-Капелли. Система уравнений с квадратной матрицей. Теорема Крамера о вычислении решений системы уравнений с неособой квадратной матрицей.  |
| 6  | Метод Гаусса   | Метод Гаусса<br>Алгоритм последовательного исключения переменных - метод Гаусса.<br>Использование метода Гаусса для нахождения обратной матрицы.   |
| 7  | Однородные системы линейных уравнений                        | Однородные системы<br>Необходимое и достаточное условие существования решений однородной системы.<br>Фундаментальная система решений однородной системы.   |
| 8  | Собственные числа и собственные столбцы матрицы.             | Собственные числа и собственные векторы квадратных матриц<br>Определение собственного числа матрицы и соответствующего ему собственного столбца. Характеристическое уравнение и характеристический полином матрицы. Линейная независимость собственных столбцов, соответствующих различным собственным числам.   |
| 9  | Системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве.   | Системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве.<br>Декартовы системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве. Направленный отрезок в пространстве и его проекция на ось.<br>Расстояние между двумя точками в пространстве.<br>Деление отрезка в заданном отношении. Полярная, сферическая и цилиндрическая системы координат.   |
| 10 | Линейные операции над векторами.                             | Линейные операции над векторами.<br>Понятие геометрического вектора. Равенство векторов. Свободные вектора. Длина вектора. Орт вектора. Нуль-вектор. Коллинеарные вектора. Сложение векторов. Правило параллелограмма. Правило треугольника. Свойства операций сложения. Умножение вектора на число. Свойство операции умножения вектора на число. Выражение вектора через его орт и его длину. Условие коллинеарности векторов.   |
| 11 | Проекция вектора на ось. Основная теорема векторной алгебры. | Проекция вектора на ось. Составляющая вектора по лоси. Основная теорема векторной алгебры.<br><br>Составляющие вектора по оси. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях:<br>выражение проекции вектора через его длину и косинус угла между вектором и осью;<br>выражение проекции вектора на ось через координаты проекции его конца и его начала на данную ось; проекция суммы векторов;<br>проекция произведения вектора на число; выражение составляющей вектора по оси через его проекцию на ось и орт данной оси.<br>Выражение вектора через его проекции на три взаимно перпендикулярные оси - основная теорема векторной алгебры. Декартовы координаты вектора.<br>Направляющие косинусы вектора. Выражение длины вектора через его проекции на три взаимно перпендикулярные оси. Свойство направляющих косинусов. |

|    |  |   |
|----|--|---|
| 12 | Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.     | <p>Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Базис в геометрическом пространстве. Определение скалярного произведения векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через проекции векторов-сомножителей на три взаимно перпендикулярные оси. Условие перпендикулярности векторов. Левая и правая тройки векторов. Определение векторного произведения векторов и его свойства. Выражение векторного произведения векторов через проекции векторов-сомножителей. Компланарность векторов. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения векторов через проекции векторов-сомножителей. Условие компланарности векторов. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Условие линейной независимости двух векторов, трех векторов. Базис в пространстве геометрических векторов.</p>                                   |
| 20 | Аксиомы линейного пространства                             | <p>Аксиомы линейного пространства.</p> <p>Понятие векторного (линейного) пространства. Аксиомы линейного пространства и следствия из них. Примеры векторных пространств: пространство <math>n</math>-мерных строк (столбцов) элементов полей <math>R</math> и <math>C</math>. Пространство геометрических векторов, пространство многочленов степени, не превосходящей <math>n</math>, пространство непрерывных функций.</p>  |
| 21 | Базис и координаты. Размерность пространства.              | <p>Базис и координаты. Размерность пространства.</p> <p>Линейная зависимость и линейная независимость элементов векторного пространства. Определение базиса линейного пространства. Координаты вектора относительно заданного базиса в линейном пространстве. Единственность разложения вектора по базису. Определение размерности линейного пространства. Вычисление размерностей различных пространств. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность вещественных <math>n</math>-мерных линейных пространств. Преобразование базиса конечномерного векторного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат при преобразовании базиса конечномерного векторного пространства. Понятие подпространства. Линейная оболочка элементов пространства. Суммы и пересечения подпространств. Разложение линейного пространства в прямую сумму подпространств.</p> |
| 22 | Евклидовы пространства.                                    | <p>Евклидовы пространства.</p> <p>Вещественные евклидовы пространства. Скалярное произведение элементов вещественного векторного пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грамма для вещественного евклидова пространства. Норма элемента векторного пространства. Нормированное вещественное пространство. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства и его свойства. Алгоритм ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств.</p>   |
| 23 | Определение линейного преобразования и его матричная форма | <p>Определение линейного преобразования и его матричная форма Действия над преобразованиями.</p> <p>Определение линейного преобразования. Его представление в матричной форме. Преобразование матрицы линейного</p>   |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    |  | преобразования при переходе к новым базисам. Действия над преобразованиями.   |
| 24 | Вырожденное и невырожденное линейное преобразование                  | Вырожденное и невырожденное линейное преобразование. Обратное преобразование.<br>Вырожденное и невырожденное линейное преобразование. Обратное преобразование и его матрица. Необходимое и достаточное условие биективности линейного преобразования. Ядро линейного преобразования. Ранг линейного преобразования.                       |
| 25 | Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. | Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.<br>Характеристический многочлен линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Канонический вид линейного преобразования. Жорданова форма квадратной матрицы. Примеры линейных преобразований.                       |
| 26 | Квадратичные формы.  | Квадратичные формы.<br>Квадратичные формы.<br>Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Знакоопределенные, знакопеременные, знакопостоянные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов, метод Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. |

## 5.2. Практические занятия

| № разд | Наименование раздела и темы практических занятий | Наименование и содержание практических занятий   |
|--------|--|--|
| 1      | Действия над комплексными числами. Многочлены    | Действия над комплексными числами. Решение уравнений 2-ой , 3-ей и 4-ой степеней<br><br>Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Возведение комплексного числа в целую степень. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Кратные корни. Основная теорема алгебры комплексных чисел и следствие из нее. Теорема Виета. Разложение многочленов на множители. Формулы Кордано. |
| 2      | Действия над                                     | Действия над матрицами.  |



|    |   |   |
|----|---|---|
|    | матрицами   | Сложение и умножение матриц.  |
| 3  | Определители и их свойства. Теорема разложения                                | Вычисление определителей<br>Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Вычисление определителей 4-го, 5-го, 6-го порядков. Определители порядка $n$ .   |
| 4  | Обратная матрица. Ранг матрицы.   | Вычисление обратной матрицы.<br>Вычисление рангов матриц.<br>Вычисление обратной матрицы через союзную. Вычисление рангов с помощью элементарных преобразований.  |
| 5  | Системы линейных уравнений  | Решение систем с квадратной матрицей. Анализ систем с произвольной матрицей.<br>Решение системы с квадратной матрицей. Анализ совместности и неопределенности системы с произвольной матрицей.  |
| 6  | Метод Гаусса  | Решение систем методом исключения переменных<br>Решение линейных систем.  |
| 7  | Однородные системы линейных уравнений   | Решение однородных систем<br>Решение однородных систем  |
| 8  | Собственные числа и собственные столбцы матрицы.                              | Собственные числа и собственные векторы квадратных матриц<br>Определение собственных чисел и собственных векторов матриц второго и третьего порядков.   |
| 15 | Прямая линия на плоскости   | Прямая линия на плоскости<br>Общее уравнение прямой. Уравнение прямой в отрезках.<br>Каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Угол наклона прямой, ее угловой коэффициент.<br>Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой.<br>Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.<br>Расстояние от точки до прямой. Уравнение пучка прямых.   |
| 16 | Канонические уравнения кривых второго порядка                                 | Канонические уравнения кривых второго порядка.<br>Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет эллипса. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Исследование формы гиперболы.<br>Эксцентриситет гиперболы. Асимптоты гиперболы. Взаимно сопряженные гиперболы. Равнобочные гиперболы. Парабола.<br>Каноническое уравнение параболы. Исследование формы параболы.<br>Виды парабол. Директрисы эллипса и гиперболы. Общее определение кривой второго порядка.                                      |
| 17 | Исследование уравнения второй степени. Построение его геометрических образов. | Исследование уравнения второй степени.<br>Построение его геометрических образов.<br><br>Исследование уравнения второй степени с двумя неизвестными $x$ и $y$ , не содержащего произведения $xy$ . Классификация его геометрических образов. Преобразование координат на плоскости. Уравнение второй степени, содержащее произведение $xy$ . Выбор угла поворота координатных осей, исключая член, содержащий произведение $xy$ . Инварианты уравнения второй степени. Полная классификация геометрических образов уравнения второй степени. |
| 18 | Прямая и плоскость в пространстве   | Прямая и плоскость в пространстве.<br>2<br>Плоскость в пространстве. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Виды плоскостей. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности   |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    |  | и перпендикулярности плоскостей. Прямая линия в пространстве как линия пересечения двух плоскостей. Канонические уравнения прямой, ее направляющий вектор. Параметрические уравнения прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.<br>Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.   |
| 19 | Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных.<br>Классификация поверхностей второго порядка. | Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных.<br>Классификация поверхностей второго порядка.<br><br>Матричная запись уравнения второй степени относительно трех переменных. Параллельный перенос координатных осей.<br>Центральные и не центральные поверхности.<br>Приведение матрицы группы старших членов уравнения второй степени к диагональному виду с помощью поворота координатных осей. Классификация геометрических образов упрощенного уравнения второй степени относительно трех переменных.<br>Исследование формы поверхностей второго порядка: эллипсоида, однополостного гиперболоида, двухполостного гиперболоида, эллиптического параболоида, гиперболического параболоида, конуса, эллиптического, параболического, гиперболического цилиндров. |
| 20 | Аксиомы линейного пространства   | Аксиомы линейного пространства.<br>Примеры линейных пространств   |
| 21 | Базис и координаты. Размерность пространства.  | Базис и координаты. Размерность пространства<br>Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов различных векторных пространств. Определение базисов для различных линейных пространств. Разложение векторов по базису. Построение матрицы перехода от одного базиса линейного пространства к другому.   |
| 22 | Евклидовы пространства.  | Вещественные евклидовы пространства.<br>Проверка аксиом скалярного произведения. Построение матрицы Грама. Преобразование матрицы Грама при переходе к другому базису. Вычисление нормы евклидова пространства.   |

### 5.3. Самостоятельная работа обучающихся

| № разд | Наименование раздела дисциплины и темы         | Содержание самостоятельной работы  |
|--------|--|--|
| 1      | Действия над комплексными числами. Многочлены  | Вычисление выражений. Уравнения с комплексными коэффициентами.<br>Домашнее задание. Решение задач. |
| 2      | Действия над матрицами                         | Умножение матриц.<br>Решение задач. Домашнее задание   |
| 3      | Определители и их свойства. Теорема разложения | Вычисление определителей.<br>Решение задач. Домашнее задание                                       |
| 4      | Обратная матрица. Ранг матрицы.                | Вычисление обратной матрицы.<br>Вычисление ранга матрицы.<br>Решение задач. Домашнее задание.      |
| 5      | Системы линейных уравнений                     | Решение систем.<br>Домашнее задание. Решение задач.  |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 6  | Метод Гаусса  | Решение линейных систем<br>Домашнее задание Решение задач.   |
| 8  | Собственные числа и собственные столбцы матрицы.  | Определение собственных чисел и собственных векторов матриц второго порядка<br>Домашнее задание.   |
| 11 | Проекция вектора на ось. Основная теорема векторной алгебры.  | Разложение вектора по трем взаимно-перпендикулярным осям.<br>Решение задач.  |
| 12 | Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.  | Вычисление скалярного и векторного произведений.<br>Решение задач. Домашнее задание.   |
| 15 | Прямая линия на плоскости   | Прямая линия на плоскости<br>Домашнее задание.<br>Решение задач  |
| 16 | Канонические уравнения кривых второго порядка   | Каноническое уравнение кривых второго порядка<br>Домашнее задание.<br>Решение задач  |
| 17 | Исследование уравнения второй степени. Построение его геометрических образов.                                   | Исследование уравнения второй степени. Построение его геометрических образов.<br>Домашнее задание.<br>Решение задач  |
| 18 | Прямая и плоскость в пространстве   | Прямая и плоскость в пространстве.<br>Прямая и плоскость в пространстве  |
| 19 | Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных. Классификация поверхностей второго порядка. | Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных.<br>Классификация поверхностей второго порядка.<br><br>Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных.<br>Классификация поверхностей второго порядка. |
| 21 | Базис и координаты. Размерность пространства.   | Базис и координаты. Размерность пространств.<br>Домашнее задание. Решение задач.   |
| 22 | Евклидовы пространства.   | Вещественные евклидовы пространства<br>Домашнее задание. Решение задач.  |
| 25 | Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.  | Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.<br>Домашнее задание.  |
| 26 | Квадратичные формы.   | Приведение квадратичной формы к каноническому виду.<br>Домашнее задание.<br>Решение задач.   |

## 6. Методические материалы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Пакет методической литературы, разработанный кафедрой математики СПбГАСУ, содержащий варианты заданий расчетно-графических работ, методические указания к их выполнению, специализированные сборники задач по различным темам, методические указания к проведению практических занятий по различным темам, конспекты лекций по специальным главам курса, варианты заданий для самостоятельной работы студентов под руководством преподавателя.

<https://moodle.spbgasu.ru/course/view.php?id=1854>

<https://moodle.spbgasu.ru/course/index.php?categoryid=5>

## 7. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

| № п/п | Контролируемые разделы дисциплины (модуля)                   | Код и наименование индикатора контролируемой компетенции | Вид оценочного средства                   |
|-------|--|--|---|
| 1     | Действия над комплексными числами. Многочлены                | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.           |
| 2     | Действия над матрицами                                       | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.<br>Тесты  |
| 3     | Определители и их свойства. Теорема разложения               | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.<br>Тесты. |
| 4     | Обратная матрица. Ранг матрицы.                              | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.<br>Тесты. |
| 5     | Системы линейных уравнений                                   | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.           |
| 6     | Метод Гаусса   | ОПК-1.3  | Решение задач.                            |
| 7     | Однородные системы линейных уравнений                        | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач            |
| 8     | Собственные числа и собственные столбцы матрицы.             | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.           |
| 9     | Системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве.   | ОПК-1.3  | Устный опрос                              |
| 10    | Линейные операции над векторами.                             | ОПК-1.3  | Устный опрос.                             |
| 11    | Проекция вектора на ось. Основная теорема векторной алгебры. | ОПК-1.3  | Устный опрос.                             |
| 12    | Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.       | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.           |
| 13    | Иная контактная работа                                       | ОПК-1.3  | Решение задач и тестирование.             |
| 14    | ЗачётСОц   | ОПК-1.3  | Устный опрос и решение задач.             |
| 15    | Прямая линия на плоскости                                    | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.           |
| 16    | Канонические уравнения кривых второго порядка                | ОПК-1.3  | Устный опрос.<br>Решение задач.           |
| 17    | Исследование уравнения второй степени.                       | ОПК-1.3  | Устный опрос.                             |

|    |  |         |                                 |
|----|--|---------|---------------------------------|
|    | Построение его геометрических образов.   |         | Решение задач                   |
| 18 | Прямая и плоскость в пространстве  | ОПК-1.3 | Устный опрос.<br>Решение задач. |
| 19 | Исследование уравнения второй степени относительно трех переменных.<br>Классификация поверхностей второго порядка. | ОПК-1.3 | Устный опрос.<br>Решение задач. |
| 20 | Аксиомы линейного пространства   | ОПК-1.3 | Устный опрос.                   |
| 21 | Базис и координаты. Размерность пространства.  | ОПК-1.3 | Устный опрос.<br>Решение задач. |
| 22 | Евклидовы пространства.  | ОПК-1.3 | Устный опрос.<br>Решение задач. |
| 23 | Определение линейного преобразования и его матричная форма   | ОПК-1.3 | Устный опрос.<br>Решение задач. |
| 24 | Вырожденное и невырожденное линейное преобразование  | ОПК-1.3 | Устный опрос.                   |
| 25 | Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.   | ОПК-1.3 | Устный опрос.                   |
| 26 | Квадратичные формы.  | ОПК-1.3 | Устный опрос.<br>Решение задач. |
| 27 | Иная контактная работа   | ОПК-1.3 | Тестирование и решение задач.   |
| 28 | Экзамен  | ОПК-1.3 | Устный опрос и решение задач.   |

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля успеваемости, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

Контрольные работы, предназначенные для проверки сформированности индикатора достижения компетенции ОПК-1.3, т.к. приведенный комплект заданий способствует освоению базовых понятий и технических приемов линейной алгебры и формированию умения решать прикладные задачи, овладевать применением методов линейной алгебры в профессиональной деятельности, а также приведенный комплект заданий способствует освоению базовых понятий и технических приемов аналитической геометрии и формированию умения решать прикладные задачи,

овладевать применением методов аналитической геометрии в профессиональной деятельности.

(комплект заданий для контрольной работы)

Контрольная работа N1 по теме «Матрицы и определители, системы уравнений.»

1. Вычислить определитель квадратной матрицы порядка 4;
2. Найти обратную матрицу для квадратной матрицы порядка 3;
3. Решить неоднородную систему линейных уравнений;
4. Решить однородную систему линейных уравнений.

Контрольная работа N2 по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Задача на использование уравнений прямой линии на плоскости;
2. Построить кривую по заданному уравнению, определить координаты характерных точек и уравнения характерных линий;
3. По описанию свойств множества точек вывести его уравнение;

Формируемые компетенции

ОПК-1.3 умеет осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

## Тесты

1. Вычислить выражение, содержащее комплексные числа, и выбрать верный ответ.
2. Дано комплексное число. Точка А является его геометрическим представлением на

комплексной плоскости.

Через неё на комплексной плоскости проведена окружность с центром в точке О. Дан набор чисел.

Указать, для каких чисел геометрические образы лежат на заданной окружности.

3. Представить комплексное число в тригонометрической форме.
4. Сколько значений имеет заданный корень из комплексного числа
5. Сколько корней (с учетом кратности) имеет заданный многочлен в поле комплексных чисел?
6. Найти все корни заданного уравнения в поле комплексных чисел
7. Какова кратность корня у заданного многочлена?
9. Даны две матрицы. Вычислить произведение.
10. Дана матрица. Вычислить ее определитель.
11. Дана матрица. Найти обратную матрицу.
12. Дана матрица. Из 2 предложенных формул выбрать верную для вычисления ее

определителя.

13. Дано уравнение прямой. Найти ее угловой коэффициент.

14. Даны уравнения двух прямых.

Выбрать верное утверждение:

- а) прямые параллельны;
- б) прямые перпендикулярны;
- в) уравнения описывают одну и ту же прямую;
- г) прямые не параллельны и не перпендикулярны.

15. Из перечисленных типов выбрать тип кривой, заданной своим уравнением

16. Дано уравнение второй степени.

Выбрать верное утверждение:

- а) геометрическим образом уравнения является пара пересекающихся прямых;
- б) геометрическим образом уравнения является пара параллельных прямых;
- в) геометрическим образом уравнения является точка;
- г) уравнение не имеет геометрического образа.

2. ОПК-1.3 (умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности).

1. Даны два вектора.

Вычислить выражение, эти вектора и линейные операции над ними.

2. Даны два вектора.

Вычислить их скалярное произведение.

3. Даны два вектора.

Вычислить их векторное произведение.

4. Даны три вектора.

Вычислить их смешанное произведение.

5. Даны уравнения прямой и уравнение плоскости.

Выбрать верное утверждение:

- а) прямая и плоскость параллельны;
- б) прямая и плоскость перпендикулярны;
- в) прямая принадлежит плоскости;
- г) прямая не перпендикулярна плоскости и имеет с ней одну общую точку.

6. Даны уравнения двух прямых.

Выбрать верное утверждение:

- а) прямые параллельны;
- б) прямые перпендикулярны;
- в) уравнения описывают одну и ту же прямую;
- г) прямая не перпендикулярна и имеют одну общую точку.

7. Даны уравнения двух плоскостей и число.

Выбрать верное утверждение:

- а) плоскости параллельны;
- б) плоскости перпендикулярны;
- в) уравнения описывают одну и ту же плоскость;
- г) синус угла между нормальными плоскостей равен заданному числу.

8. Дано уравнение поверхности

Выбрать верное утверждение:

- а) поверхность является либо эллипсоидом, либо мнимым конусом;
- б) поверхность является либо гиперболоидом, либо конусом (действительным);
- в) поверхность нецентральная, но не является параболическим цилиндром;
- г) поверхность является либо параболическим цилиндром, либо плоскостью, либо парой параллельных плоскостей.

9. Построить кривую второго порядка по уравнению, содержащему квадратичную форму в своем составе.

### 7.3. Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении текущего контроля успеваемости

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| Оценка<br>«отлично» (зачтено) | знания:<br>- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;<br>- точное использование научной терминологии, систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;<br>- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю)<br>умения:<br>- умеет ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин<br>навыки:<br>- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br>- владеет навыками самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;<br>- применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий;<br>- грамотно обосновывает ход решения задач;<br>- безупречно владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;<br>- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активно участвует в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий |
|-------------------------------|---|

|  |  |
|--|--|
| <p>Оценка<br/>«хорошо» (зачтено)</p>                     | <p>знания:<br/>- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;<br/>- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю)</p> <p>умения:<br/>- умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;<br/>- использует научную терминологию, лингвистически и логически правильно излагает ответы на вопросы, умеет делать обоснованные выводы;<br/>- владеет инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач</p> <p>навыки:<br/>- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;<br/>- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br/>- без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий;<br/>- обосновывает ход решения задач без затруднений</p> |
| <p>Оценка<br/>«удовлетворительно»<br/>(зачтено)</p>      | <p>знания:<br/>- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;<br/>- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой;<br/>- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок</p> <p>умения:<br/>- умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;<br/>- владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;<br/>- умеет под руководством преподавателя решать стандартные задачи</p> <p>навыки:<br/>- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;<br/>- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br/>- испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий</p>  |
| <p>Оценка<br/>«неудовлетворительно»<br/>(не зачтено)</p> | <p>знания:<br/>- фрагментарные знания по дисциплине;<br/>- отказ от ответа (выполнения письменной работы);<br/>- знание отдельных источников, рекомендованных рабочей программой по дисциплине;</p> <p>умения:<br/>- не умеет использовать научную терминологию;<br/>- наличие грубых ошибок</p> <p>навыки:<br/>- низкий уровень культуры исполнения заданий;<br/>- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;<br/>- отсутствие навыков самостоятельной работы;<br/>- не может обосновать алгоритм выполнения заданий</p>   |

7.4. Теоретические вопросы и практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы



#### 7.4.1. Теоретические вопросы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примерный перечень вопросов:

##### 1) Комплексные числа

1. Определение комплексного числа.
2. Мнимая единица. Алгебраическая форма комплексного числа.
3. Комплексно сопряженные числа. Модуль комплексного числа.
4. Деление комплексных чисел друг на друга.
5. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Комплексная плоскость.
6. Аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.
7. Умножение и деление друг на друга комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
8. Возведение комплексного числа в степень. Формула Муавра.
9. Извлечение корня из комплексного числа.

##### 2) Многочлены и дробно-рациональные функции

10. Многочлен степени "n". Сложение многочленов. Умножение многочлена на многочлен.
11. Деление многочлена на многочлен с остатком.
12. Делимость многочленов. Свойства делимости многочленов.
13. Общий делитель двух многочленов. Взаимно простые многочлены.
14. Корень многочлена. Теорема Безу. Об остатке деления многочлена на линейный двучлен.
15. Схема Горнера - схема деления многочлена на линейный двучлен.
16. Корень многочлена кратности "k". Теорема о кратных корнях и следствия из нее.
17. Основная теорема алгебры многочленов. Следствие о разложении многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители.
18. Теорема Виета.
19. Свойства корней многочленов с действительными коэффициентами. Неприводимые

множители.

Разложение многочлена с действительными коэффициентами на неприводимые множители.

20. Определение дробно-рациональной функции (рациональной дроби).

Несократимая рациональная дробь.

21. Правильная рациональная дробь. Неправильная рациональная дробь.

Представление рациональной дроби в виде суммы многочлена и правильной рациональной дроби.

22. Определение простейшей дроби.

Типы простейших дробей для многочленов с простейшими коэффициентами.

Типы простейших дробей для многочленов с действительными коэффициентами.

23. Разложение правильной дроби в сумму простейших дробей.

##### 3) Матрицы и определители

24. Матрица. Размеры матрицы. Элементы матрицы.

25. Виды матриц: строка, столбец, квадратная матрица, диагональная матрица, единичная матрица.

26. Верхняя треугольная матрица, нижняя треугольная матрица.

27. Симметричная матрица, кососимметричная матрица.

28. Транспонирование матриц. Свойство операции транспонирования.

Транспонирование симметричной матрицы

29. Равенство матриц.

30. Операция сложения матриц и ее свойства.

31. Операция умножения матрицы на число и ее свойства.

32. Соответственные матрицы. Умножение соответственных матриц.

33. Некоммутативность операции умножения матриц.

34. Ассоциативность операции умножения матриц.

35. дистрибутивность операции умножения относительно операции сложения матриц.

36. Транспонирование произведения матриц.

37. Определители второго порядка. Выражение решения системы двух линейных уравнений

- с двумя неизвестными через определители второго порядка.
38. Определители третьего порядка. Формула Саррюса.
  39. Перестановки из первых "n" чисел натурального ряда. Их количество. Натуральная перестановка. Четная и нечетная перестановки.
  40. Определение определителя квадратной матрицы.
  41. Лемма об изменении четности перестановки.
  42. Свойства определителя: определитель транспонированной матрицы. Перемена местами двух строк в определителе.
  43. Свойства определителя: определитель с равными строками (столбцами), умножение элементов строки (столбца) определителя на число, отличное от 0.
  44. Прибавление к элементам строки определителя соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.
  45. Минор, соответствующий элементу определителя.
  46. Алгебраическое дополнение элемента определителя.
  47. Теорема разложения.
  48. Теоремы замещения и аннулирования.
  49. Определение обратной матрицы.
  50. Существование обратной матрицы и ее единственность.
  51. Вычисление обратной матрицы с помощью союзной.
  52. Миноры матрицы.
  53. Ранг матрицы.
  54. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
  55. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов).
  56. Теорема о базисном миноре.
  57. Ранг матрицы как число ее линейно независимых строк (столбцов).

#### 4) Системы линейных уравнений

58. Равносильность систем линейных уравнений. Преобразование, не нарушающее равносильность.
59. Расширенная матрица системы. Необходимые и достаточные условия существования решений системы линейных уравнений (1-я теорема Кронекера-Капелли).
60. 2-я теорема Кронекера-Капелли. Свободные и базисные переменные.
61. Система уравнений с квадратной матрицей. Теорема Крамера о вычислении решений системы уравнений с неособой квадратной матрицей.
62. Фундаментальная система решений однородной линейной системы.
63. Алгоритм последовательного исключения переменных – метод Гаусса.
64. Определение собственного числа матрицы и соответствующего ему собственного столбца.
65. Характеристическое уравнение и характеристический полином матрицы.
66. Линейная независимость собственных столбцов, соответствующих различным собственным числам.

#### 5) Векторная алгебра

67. Понятие геометрического вектора. Длина вектора. Орт вектора. Нуль-вектор.
68. Сложение векторов. Правило параллелограмма.
69. Сложение векторов. Правило треугольника.
70. Свойства операции сложения.
71. Умножение вектора на число. Свойство операции умножения вектора на число.
72. Выражение вектора через его орт и его длину.
73. Коллинеарные вектора. Условие коллинеарности векторов.
74. Ось. Декартова координата точки на оси. Расстояние между двумя точками на оси.
75. Декартовы системы координат на прямой, на плоскости, в пространстве.
76. Расстояние между двумя точками в пространстве.
77. Деление отрезка в заданном отношении.
78. Составляющая вектора по оси. Проекция вектора на ось.
79. Выражение проекции вектора через его длину и косинус угла между вектором и осью.

80. Выражение проекции вектора на ось через координаты проекции его конца и его начала по данной оси.

81. Проекция суммы векторов на ось.

82. Проекция произведения вектора на число на ось.

83. Выражение составляющей вектора по оси через его проекцию на ось и орт данной оси. 84. Декартовы проекции вектора. Выражение вектора через его проекции на три взаимно перпендикулярные оси – основная теорема векторной алгебры.

85. Выражение длины вектора через его проекции на три взаимно перпендикулярные оси. 86. Направляющие косинусы вектора. Свойство направляющих косинусов.

87. Определение скалярного произведения векторов.

88. Свойства скалярного произведения векторов.

89. Выражение скалярного произведения векторов через декартовы координаты векторов-сомножителей.

90. Вычисление косинуса угла между двумя векторами через их скалярное произведение.

91. Условие перпендикулярности векторов.

92. Компланарные и некомпланарные тройки векторов Левая и правая тройки векторов.

93. Определение векторного произведения векторов.

94. Свойства векторного произведения векторов.

95. Выражение векторного произведения векторов через декартовы координаты векторов-сомножителей.

96. Смешанное произведение векторов.

97. Свойства смешанного произведения векторов.

98. Выражение смешанного произведения векторов через декартовы координаты векторов-сомножителей. Условие компланарности векторов.

99. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.

100. Условие линейной независимости трех векторов.

101. Линейная зависимость четырех векторов.

102. Полярная, сферическая и цилиндрическая системы координат.

б) Аналитическая геометрия на плоскости.

103. Преобразование декартовых координат на плоскости. Параллельный перенос координатных осей.

104. Преобразование декартовых координат на плоскости: поворот координатных осей.

105. Общее уравнение прямой.

106. Каноническое уравнение прямой.

107. Угол наклона прямой, ее угловой коэффициент.

108. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

109. Уравнение прямой в отрезках.

110. Нормальное уравнение прямой.

111. Расстояние от точки до прямой.

112. Уравнение пучка прямых.

113. Угол между двумя прямыми.

114. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

115. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.

116. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет эллипса.

117. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы.

118. Исследование формы гиперболы. Эксцентриситет гиперболы.

119. Асимптоты гиперболы. Взаимно сопряженные гиперболы. Равнобочные гиперболы. 120. Парабола. Каноническое уравнение параболы.

121. Исследование формы параболы. Виды парабол.

122. Директрисы эллипса и гиперболы. Общее определение кривой второго порядка.

123. Исследование уравнения в случае  $AC > 0$ . Классификация его геометрических образов.

124. Исследование уравнения в случае  $AC < 0$ . Классификация его геометрических образов.

125. Исследование уравнения в случае  $AC = 0$ . Классификация его геометрических образов.

126. Исследование уравнения. Выбор поворота координатных осей, исключая член, содержащий произведение  $xу$ .

127. Инварианты уравнения второй степени.
128. Полная классификация геометрических образов уравнения второй степени.

#### 7) Аналитическая геометрия в пространстве.

129. Преобразование декартовых координат в пространстве: параллельный перенос координатных осей.
  130. Преобразование декартовых координат в пространстве: поворот координатных осей. 131. Ортогональные матрицы и их свойства. Определитель ортогональной матрицы.
  132. Плоскость в пространстве. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
  133. Виды плоскостей.
  134. Нормальное уравнение плоскости.
  135. Расстояние от точки до плоскости.
  136. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
  137. Прямая линия в пространстве как линия пересечения двух плоскостей.
  138. Канонические уравнения прямой, ее направляющий вектор.
  139. Параметрические уравнения прямой.
  140. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
  141. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
  142. Матричная запись уравнения второй степени относительно трех переменных - уравнения поверхности в пространстве.
  143. Центральные и нецентральные поверхности.
  144. Приведение матрицы группы старших членов уравнения второй степени к диагональному виду с помощью поворота координатных осей.
  145. Классификация геометрических образов упрощенного уравнения второй степени относительно трех переменных.
  146. Исследование формы эллипсоида.
  147. Исследование формы однополостного гиперболоида, двухполостного гиперболоида.
  148. Исследование формы эллиптического параболоида.
  149. Исследование формы гиперболического параболоида (седла).
  150. Исследование формы конуса.
  151. Исследование формы эллиптического, параболического, гиперболического цилиндров.
- #### 8) Линейные (векторные) пространства.
152. Аксиомы линейного пространства.
  153. Следствия из аксиом линейного пространства.
  154. Линейная зависимость и линейная независимость элементов векторного пространства.
  155. Определение базиса линейного пространства. Координаты вектора в линейном пространстве.
  156. Определение размерности линейного пространства.
  157. Теоремы о соответствии базиса и размерности линейного пространства.
  158. Изоморфизм векторных пространств.
  159. Понятие подпространства.
  160. Линейная оболочка векторов.
  161. Сумма и пересечение подпространств.
  162. Разложение линейного пространства в прямую сумму подпространств.
  163. Преобразование базиса конечномерного векторного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому.
  164. Преобразование координат при преобразовании базиса конечномерного векторного пространства.
  165. Вещественные евклидовы пространства.
  166. Скалярное произведение элементов вещественного векторного пространства.
  167. Неравенство Коши-Буняковского в случае вещественного евклидова пространства.
  168. Матрица Грама в случае вещественного евклидова пространства.

169. Норма элемента вещественного векторного пространства.  
170. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства и его свойства. 171. Алгоритм ортогонализации базиса конечномерного евклидова пространства.  
172. Изоморфизм евклидовых пространств.

9) Линейные преобразования.

178. Понятие линейного преобразования.  
179. Действия над линейными преобразованиями.  
180. Ядро и образ линейного преобразования.  
181. Необходимое и достаточное условие инъективности линейного преобразования.  
182. Матрица линейного преобразования в заданных базисах линейных пространств.  
183. Преобразование матрицы линейного преобразования при переходе к новым базисам.  
184. Необходимое и достаточное условие биективности линейного преобразования.  
185. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.  
186. Канонический вид линейного преобразования. Жорданова форма квадратной матрицы.

10) Квадратичные формы.

167. Знакоопределенные, знакопеременные, знакопостоянные квадратичные формы.  
188. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.  
189. Закон инерции квадратичных форм.  
190. Критерий Сильвестра.

7.4.2. Практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1 семестр

Задана система линейных уравнений:

1. Определить ранги матрицы и расширенной матрицы системы;
2. Определить, имеет ли система решение, единственное ли оно, каково количество свободных переменных;
3. Представить решение системы в базисной форме.

2 семестр

Задано уравнение 2-ой степени относительно трёх переменных:

1. Определить тип поверхности, описываемой этим уравнением;
2. Записать уравнения поверхности в каноническом виде;
3. Определить координаты центра, «матрицу поворота»;
4. Записать формулы преобразования координат.

В экзаменационный билет включено 1 теоретический вопрос и 2 практических задания, соответствующие содержанию формируемых компетенций.

Экзамен проводится в устной форме. Для подготовки по экзаменационному билету отводится 90 минут.

7.4.3. Примерные темы курсовой работы (проекта) (при наличии)

Курсовые проекты (работы) учебным планом не предусмотрены.

7.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Процедура проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости регламентируется локальным нормативным актом, определяющим порядок организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Процедура оценивания формирования компетенций при проведении текущего контроля приведена в п. 7.2.

Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля приведены в п. 7.3.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета с оценкой в 1м сем и экзамена во 2м сем.

В экзаменационный билет включены теоретический вопрос и 2 практических задания, соответствующие содержанию формируемых компетенций.

Экзамен проводится в устной форме. Для подготовки по экзаменационному билету отводится 45 минут.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Контролируемые разделы дисциплины: Наименование оценочного средства

1 Комплексные числа: Задания аудиторные и домашние (письменно и устно).

2 Матрицы и определители: Теоретические вопросы (письменно и устно), задания аудиторные и домашние (письменно и устно), контрольная работа.

3 Системы линейных уравнений: Теоретические вопросы (письменно и устно), задания аудиторные и домашние (письменно и устно), контрольная работа.

4 Векторная алгебра: Теоретические вопросы (письменно и устно), задания аудиторные и домашние (письменно и устно).

5 Аналитическая геометрия на плоскости: Задания аудиторные и домашние: (письменно и устно), контрольная работа.

6 Аналитическая геометрия в пространстве: Теоретические вопросы (письменно и устно), задания аудиторные и домашние (письменно и устно), контрольная работа.

7 Линейные пространства: Теоретические вопросы (письменно и устно), задания аудиторные и домашние (письменно и устно),

8 Линейные преобразования: Теоретические вопросы (письменно и устно), задания аудиторные и домашние (письменно и устно).

#### 7.6. Критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

| Критерии оценивания | Уровень освоения и оценка    |                            |                 |                  |
|---------------------|------------------------------|----------------------------|-----------------|------------------|
|                     | Оценка «неудовлетворительно» | Оценка «удовлетворительно» | Оценка «хорошо» | Оценка «отлично» |
|                     | «не зачтено»                 | «зачтено»                  |                 |                  |

|        |  |   |  |   |
|--------|--|---|--|---|
|        | <p>Уровень освоения компетенции «недостаточный». Компетенции не сформированы. Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы</p>  | <p>Уровень освоения компетенции «пороговый». Компетенции сформированы. Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>             | <p>Уровень освоения компетенции «продвинутой». Компетенции сформированы. Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>  | <p>Уровень освоения компетенции «высокий». Компетенции сформированы. Знания аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>   |
| знания | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>- существенные пробелы в знаниях учебного материала;<br/>- допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;<br/>- непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета.</p> | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>- знания теоретического материала;<br/>- неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов;<br/>- неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы.</p> | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>- знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;<br/>- знания теоретического материала<br/>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;<br/>- правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы.</p> | <p>Обучающийся демонстрирует:<br/>- глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;<br/>- полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий, в рамках обсуждаемых заданий;<br/>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории,<br/>- логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора.</p> |

|                          |  |   |   |  |
|--------------------------|--|---|---|--|
| <p>умения</p>            | <p>При выполнении практического задания билета обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень умений. Практические задания не выполнены. Обучающийся не отвечает на вопросы билета при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</p> | <p>Обучающийся выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Допускаются ошибки в содержании ответа и решении практических заданий. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</p>   | <p>Обучающийся выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Предложенные практические задания решены с небольшими неточностями. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</p> | <p>Обучающийся правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Решает предложенные практические задания без ошибок. Ответил на все дополнительные вопросы.</p> |
| <p>владение навыками</p> | <p>Не может выбрать методику выполнения заданий. Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения задач. Делает некорректные выводы. Не может обосновать алгоритм выполнения заданий.</p>                               | <p>Испытывает затруднения по выбору методики выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения задач. Испытывает затруднения с формулированием корректных выводов. Испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий.</p> | <p>Без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения задач. Делает корректные выводы по результатам решения задачи. Обосновывает ход решения задач без затруднений.</p>         | <p>Применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий. Не допускает ошибок при выполнении заданий. Самостоятельно анализирует результаты выполнения заданий. Грамотно обосновывает ход решения задач.</p>   |

Оценка по дисциплине зависит от уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной, и представляет собой среднее арифметическое от выставленных оценок по отдельным результатам обучения (знания, умения, владение навыками).

Оценка «отлично»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 4,5 до 5,0.

Оценка «хорошо»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 3,5 до 4,4.

Оценка «удовлетворительно»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 2,5 до 3,4.

Оценка «неудовлетворительно»/«не зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 0 до 2,4.



## 8. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

### 8.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

| № п/п                                   | Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы  | Количество экземпляров/электронный адрес ЭБС  |
|---|---|---|
| <b><u>Основная литература</u></b>       |   |   |
| 1                                       | Емельянова Т. В., Кольчатов А. М., Линейная алгебра. Решение типовых задач, Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018   | <a href="http://www.iprbookshop.ru/74559.html">http://www.iprbookshop.ru/74559.html</a>   |
| 2                                       | Карамян А. А., Прокофьева С. И., Полякова О. Р., Аналитическая геометрия на плоскости, СПб., 2012   | <a href="http://ntb.spbgasu.ru/elib/00343/">http://ntb.spbgasu.ru/elib/00343/</a>         |
| 3                                       | Магазинников Л. И., Магазинникова А. Л., Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012   | <a href="https://www.iprbookshop.ru/13861.html">https://www.iprbookshop.ru/13861.html</a> |
| 4                                       | Горлач Б. А., Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Санкт-Петербург: Лань, 2021   | <a href="https://e.lanbook.com/book/167492">https://e.lanbook.com/book/167492</a>         |
| 5                                       | Кощеев А. С., Медведева М. А., Никонов О. И., Попов Л. Д., Линейная алгебра, Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2013   | <a href="http://www.iprbookshop.ru/69618.html">http://www.iprbookshop.ru/69618.html</a>   |
| 6                                       | Мальшева Е. Б., Лемин А. Ю., Фриштер Л. Ю., Хайруллин Р. З., Линейная алгебра, Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014   | <a href="http://www.iprbookshop.ru/26858.html">http://www.iprbookshop.ru/26858.html</a>   |
| 7                                       | Морозова Л. Е., Полякова О. Р., Линейная алгебра. Часть 2, , 2014   | <a href="http://www.iprbookshop.ru/30007.html">http://www.iprbookshop.ru/30007.html</a>   |
| 8                                       | Морозова Л. Е., Смирнова В. Б., Векторная алгебра, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/26870.html">http://www.iprbookshop.ru/26870.html</a>   |
| 9                                       | Рябушко А. П., Бархатов В. В., Державец В. В., Юреть И. Е., Рябушко А. П., Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения, , 2011 | <a href="https://www.iprbookshop.ru/20274.html">https://www.iprbookshop.ru/20274.html</a> |
| 10                                      | Морозова Л. Е, Смирнова В. Б., Утин Н. В., Прямая и плоскость в пространстве, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017   | <a href="https://www.iprbookshop.ru/78588.html">https://www.iprbookshop.ru/78588.html</a> |
| 11                                      | Ивлева А. М., Прилуцкая П. И., Черных И. Д., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия, Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/45380.html">http://www.iprbookshop.ru/45380.html</a>   |
| <b><u>Дополнительная литература</u></b> |   |   |
| 1                                       | Гусак А. А., Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи, Минск: ТетраСистемс, 2011  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/28035.html">http://www.iprbookshop.ru/28035.html</a>   |
| 2                                       | Постников М. М., Линейная алгебра. Лекции по геометрии, Лань, 2009  | <a href="https://e.lanbook.com/book/319">https://e.lanbook.com/book/319</a>               |
| 3                                       | Красоленко Г. В., Сванидзе Н. В., Якунина Г. В., Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Теория пределов, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014   | <a href="https://www.iprbookshop.ru/30002.html">https://www.iprbookshop.ru/30002.html</a> |
| 4                                       | Кряквин В. Д., Линейная алгебра в задачах и упражнениях, Санкт-Петербург: Лань, 2022  | <a href="https://e.lanbook.com/book/212276">https://e.lanbook.com/book/212276</a>         |
| 5                                       | Кострикин А. И., Манин Ю. И., Линейная алгебра и геометрия, СПб.: Лань, 2008  | 25  |

|    |   |   |
|----|---|---|
| 6  | Ледовская Е. В., Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник задач, Москва: Московская государственная академия водного транспорта, 2017  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/76710.html">http://www.iprbookshop.ru/76710.html</a>   |
| 7  | Романников А. Н., Линейная алгебра, Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2007                             | <a href="http://www.iprbookshop.ru/10890.html">http://www.iprbookshop.ru/10890.html</a>   |
| 8  | Каган М. Л., Кузина Т. С., Векторная алгебра, аналитическая геометрия и элементы линейной алгебры, Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014           | <a href="http://www.iprbookshop.ru/23720.html">http://www.iprbookshop.ru/23720.html</a>   |
| 9  | Погорелов А. В., Аналитическая геометрия, Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2013   | <a href="http://www.iprbookshop.ru/16488.html">http://www.iprbookshop.ru/16488.html</a>   |
| 10 | Магазинников Л. И., Магазинникова А. Л., Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/13861.html">http://www.iprbookshop.ru/13861.html</a>   |
|    |   |   |
| 1  | Маркова Н. В., Аналитическая геометрия на плоскости и векторная алгебра: сборник задач, Москва: Российский университет дружбы народов, 2017   | <a href="https://www.iprbookshop.ru/90973.html">https://www.iprbookshop.ru/90973.html</a> |
| 2  | Мозалева Е. М., Комплексные числа. Линейная и векторная алгебра, Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2004  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/51530.html">http://www.iprbookshop.ru/51530.html</a>   |
| 3  | Демидова Н. Е., Методические указания по теме «Векторная алгебра», Нижний Новгород: Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012                  | <a href="http://www.iprbookshop.ru/16022.html">http://www.iprbookshop.ru/16022.html</a>   |
| 4  | Ветухновский Ф. Я., Осипов Ю. В., Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Москва: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2014                | <a href="http://www.iprbookshop.ru/25511.html">http://www.iprbookshop.ru/25511.html</a>   |

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

| Наименование ресурса сети «Интернет»                            | Электронный адрес ресурса   |
|---|---|
| Курс "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" на LMS Moodle | <a href="https://moodle.spbgasu.ru/enrol/index.php?id=470">https://moodle.spbgasu.ru/enrol/index.php?id=470</a> |

8.3. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

| Наименование   | Электронный адрес ресурса   |
|--|---|
| Архив препринтов по физике, математике, компьютерным наукам, статистике, биологии, финансам. | <a href="http://www.arxiv.org">www.arxiv.org</a>                          |
| Библиотека по Естественным наукам Российской Академии наук (РАН)                             | <a href="http://www.ras.ru">www.ras.ru</a>                                |
| Единый электронный ресурс учебно-методической литературы СПбГАСУ                             | <a href="http://www.spbgasu.ru">www.spbgasu.ru</a>                        |
| Всероссийский институт научной и технической информации (ВИНИТИ)                             | <a href="http://www2.viniti.ru">www2.viniti.ru</a>                        |
| Российская государственная библиотека  | <a href="http://www.rsl.ru">www.rsl.ru</a>                                |
| Федеральный образовательный портал "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"          | <a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>                   |
| Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU   | Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU                                |
| Электронно-библиотечная система издательства "IPRsmart"                                      | <a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>       |
| Электронно-библиотечная система издательства "ЮРАЙТ"   | <a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a> |
| Электронно-библиотечная система издательства "Лань"  | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>               |

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Электронная библиотека Ирбис 64 | <a href="http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/">http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/</a> |
|---------------------------------|---|

8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

| Наименование             | Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)   |
|--------------------------|---|
| Microsoft Windows 10 Pro | Договор № Д32009689201 от 18.12.2020г   |
| Maple версия 2017        | Договор №б/н от 21.06.2017 с АО "СофтЛайн Трейд". Лицензия бессрочная   |
| Math Cad версия 15       | Сублицензионное соглашение на использование продуктов "РТС" с ООО"Софт Лоджистик" договор №20716/SPB9 2010 г. Лицензия бессрочная |
| Matlab версия R2019a     | Договор №Д31908369487 от 01.11.2019 с ООО "Софтлайн Проекты". Лицензия до 31.12.2025  |

8.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Сведения об оснащённости учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы

| Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы  | Оснащённость оборудованием и техническими средствами обучения  |
|--|--|
| 07. Помещения для самостоятельной работы   | Помещение для самостоятельной работы (читальный зал библиотеки, ауд. 217): ПК-23 шт., в т.ч. 1 шт.- ПК для лиц с ОВЗ (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду СПбГАСУ.<br>ПО Microsoft Windows 10 |
| 07. Учебные аудитории для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации | Комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет  |
| 07. Учебные аудитории для проведения лекционных занятий  | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, экран, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет                                      |

Для инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются специальные условия для получения образования в соответствии с требованиями нормативно-правовых документов.